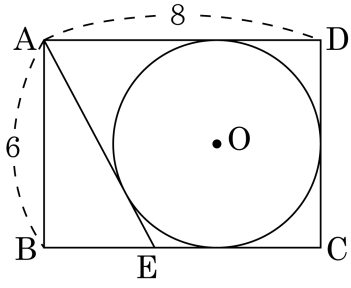


1. 다음 그림에서  $\square ABCD$  는  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{AD} = 8$  직사각형이다. 원  $O$  가  $\square AECD$  에 내접할 때,  $\overline{BE}$  의 길이를 구하여라.

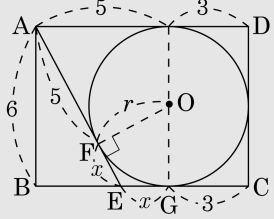


▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{16}{5}$

#### 해설

원  $O$  의 반지름의 길이를  $r$  라 하면



$$2r = 6, r = 3$$

$$\overline{FE} = \overline{EG} = x (x < 5) \text{ 라 하면}$$

$$\overline{BE} + \overline{EC} = 8 \text{ 이므로 } \overline{BE} = 5 - x \text{ 이다.}$$

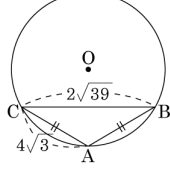
$\triangle ABE$  에서

$$(5 + x)^2 = (5 - x)^2 + 36, 20x = 36$$

$$\therefore x = \frac{9}{5}$$

$$\therefore \overline{BE} = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$$

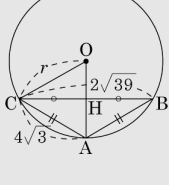
2. 다음 그림과 같은  $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{3}$ ,  $\overline{BC} = 2\sqrt{39}$  인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$  를 그리  $\overline{OC}$  의 길이를  $r$  이라 하고  $\overline{OA}$  와  $\overline{CB}$  의 교점을 H 라 하면  $\overline{OA}$  는  $\overline{BC}$  를 수직이등분하므로  $\overline{HC} = \sqrt{39}$

$$\triangle HCA \text{ 에서 } \overline{HA} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (\sqrt{39})^2} = 3$$

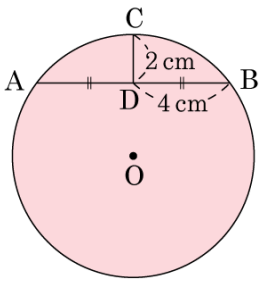
$$\triangle OCH \text{ 에서 } \overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$$

$$r^2 = (\sqrt{39})^2 + (r-3)^2 = 39 + r^2 - 6r + 9$$

$$6r = 48$$

$$\therefore r = 8$$

3. 다음 그림과 같이 호 AB는 원 O의 일부분 이고,  $AD = BD$ ,  $AB \perp CD$  일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



- ① 4 cm      ② 5 cm      ③ 6 cm      ④ 7 cm      ⑤ 8 cm

해설

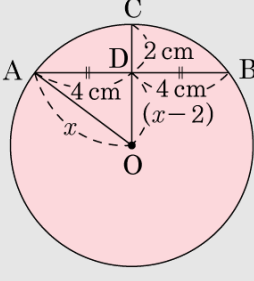
원 O의 반지름의 길이를  $x$  cm라 하면

$$x^2 = 4^2 + (x - 2)^2$$

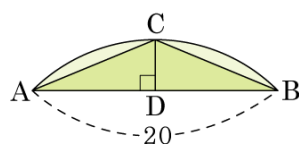
$$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$$

$$4x = 20$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})$$



4. 다음 그림에서  $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26인 원의 일부이다.  $\overline{AB} = 20$ 일 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10      ②  $20\sqrt{2}$       ③ 20      ④ 25      ⑤  $24\sqrt{5}$

해설

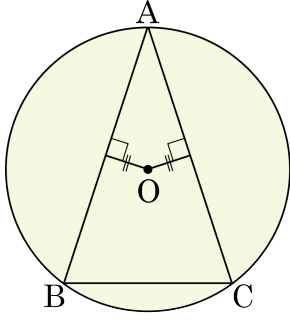
원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는  $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

5. 다음 그림의 원 O에서  $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 10\pi$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$  일 때,  $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 길이는?



- ①  $15\pi$       ②  $18\pi$       ③  $22\pi$       ④  $25\pi$       ⑤  $30\pi$

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로  $\overline{AB} = \overline{AC}$  인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 30^\circ$  이므로  $\angle ABC = 75^\circ$

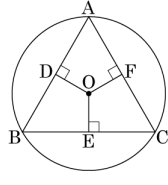
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = \angle BAC : \angle ABC$$

$$10\pi : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 30^\circ : 75^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 25\pi$$

6. 다음 그림과 같은 원 O에서  $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$  이고  $\overline{AB} = 6\text{cm}$  일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



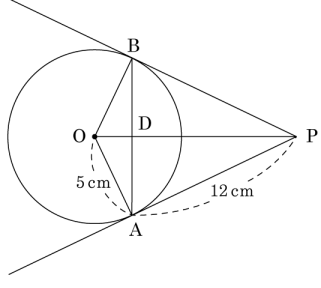
▶ 답 :            $\text{cm}^2$           

▷ 정답 :  $12\pi\text{cm}^2$

**해설**

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$  이므로  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$   
 $\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로  $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$   
 $\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$   
 정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로  
 $\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$   
 (원의 넓이)  $= \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. PA = 12cm 일 때, AB 의 길이는?



- ① 24cm                      ②  $\frac{192}{2}$  cm                      ③  $\frac{120}{13}$  cm  
 ④  $\frac{124}{5}$  cm                      ⑤ 25cm

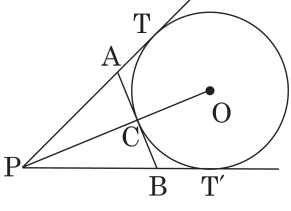
**해설**

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로  $\overline{PO} = 13$ cm 이다.  
 또한,  $\overline{AB} \perp \overline{PO}$  이므로

$$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13} \text{cm}$$

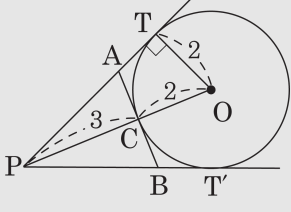
따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로  $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}$ cm 이다.

8. 다음 그림에서 원 O는  $\overline{AB}$ 와 점 C에서 접하고,  $\overline{PA}$ 와  $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T'에서 각각 접한다.  $\overline{PC} = 3\text{cm}$ ,  $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때,  $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



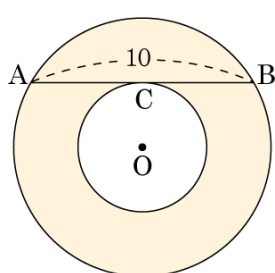
- ①  $\frac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$       ②  $\sqrt{21}\text{cm}$       ③  $2\sqrt{21}\text{cm}$   
 ④  $\sqrt{29}\text{cm}$       ⑤  $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설



$\triangle POT$ 에서  $\overline{OP} = 5\text{cm}$ ,  $\overline{OT} = 2\text{cm}$  이므로  
 $\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$   
 $\overline{PT} = \overline{PT'} \quad \therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$

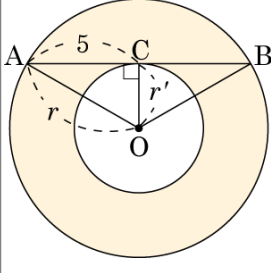
9. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고,  $\overline{AB} = 10$  일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



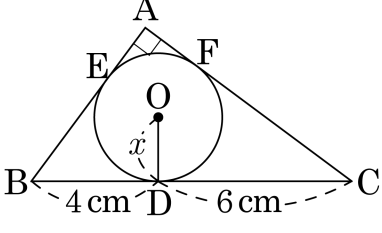
- ①  $10\pi$       ②  $15\pi$       ③  $20\pi$       ④  $25\pi$       ⑤  $30\pi$

해설

큰 원의 반지름의 길이를  $r$ , 작은 원의 반지름의 길이를  $r'$ 이라고 하자.  
 $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로  $\overline{OC} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$   
 직각삼각형  $\triangle ACO$ 에서  $r^2 - r'^2 = 5^2$   
 (색칠한 부분의 넓이)  $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$



10. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 직각삼각형 ABC 와 내접원 O 의 접점일 때, 원 O 의 넓이는?

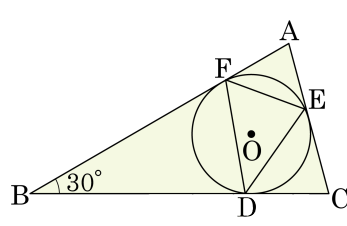


- ①  $\pi \text{cm}^2$                       ②  $2\pi \text{cm}^2$                       ③  $3\pi \text{cm}^2$   
 ④  $4\pi \text{cm}^2$                       ⑤  $5\pi \text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = 4\text{cm}$ ,  $\overline{CD} = 6\text{cm}$  이므로  
 $\overline{AB} = (4 + x)\text{cm}$ ,  $\overline{AC} = (6 + x)\text{cm}$  이다.  
 $(4 + x)^2 + (6 + x)^2 = 10^2$   
 $2x^2 + 20x + 52 = 100$   
 $x^2 + 10x - 24 = 0$   
 $(x - 2)(x + 12) = 0$   
 따라서  $x = 2$  ( $x > 0$ ) 이므로  
 원 O 의 넓이는  $2^2\pi = 4\pi$  ( $\text{cm}^2$ )

- 11.** 다음 그림에서 원 O 는  $\triangle ABC$  의 내접원이고,  $\triangle DEF$  의 외접원이다.  $\angle B = 30^\circ$  일 때,  $\angle FED$  의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

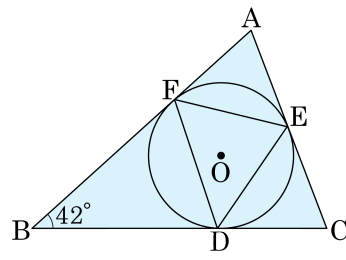
▶ 정답:  $75^{\circ}$

해설

선분  $\overline{OF}$ ,  $\overline{OD}$  를 그으면  
 $\angle FOD = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 150^\circ$   
 $\therefore \angle FED = 150^\circ \times \frac{1}{2} = 75^\circ$

12. 다음 그림에서 원 O는  $\triangle ABC$ 의 내접원이고,  $\triangle DEF$ 의 외접원이다.  $\angle B = 42^\circ$ 일 때,  $\angle FED$ 의 크기를 구하면?

- ①  $63^\circ$     ②  $65^\circ$     ③  $69^\circ$   
 ④  $72^\circ$     ⑤  $75^\circ$



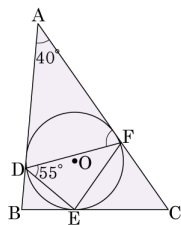
해설

선분  $\overline{OF}$ ,  $\overline{OD}$ 를 그으면

$$\angle FOD = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 138^\circ$$

$$\therefore \angle FED = 138^\circ \times \frac{1}{2} = 69^\circ$$

13. 다음 그림에서  $\triangle ABC$ 의 내접원은  $\triangle DEF$ 의 외접원이다.  $\angle BAC = 40^\circ$ ,  $\angle FDE = 55^\circ$  일 때,  $\angle AFD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

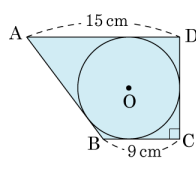
▷ 정답 :  $70^\circ$

해설

$$\overline{AD} = \overline{AF} \text{ 이므로}$$

$$\angle AFD = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

14. 다음 그림에서  $\square ABCD$ 에 내접하는 원  $O$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답 :  $\frac{45}{4}\pi$  cm

해설

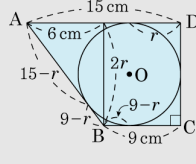
$$\begin{aligned} \text{반지름의 길이를 } rcm \text{라 하면 } (15-r+9-r)^2 &= 6^2 + (2r)^2, (24-2r)^2 = 36 + 4r^2 \\ 576 - 96r + 4r^2 &= 36 + 4r^2 \end{aligned}$$

$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

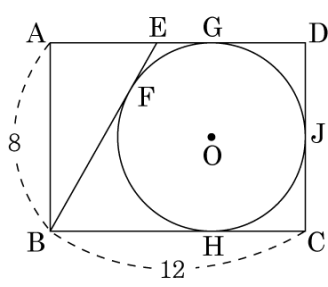
$$\therefore r = \frac{45}{8}(cm)$$

$$\therefore r = \frac{15}{8}(cm)$$

$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi (\text{cm})$$



15. 다음 그림과 같이 원 O가 직사각형 ABCD의 세 변과 BE에 접할 때,  $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J는 접점)



▶ 답 :

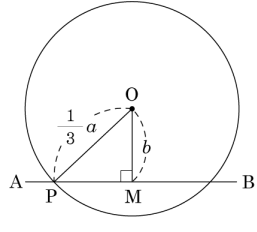
▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$  이므로  $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$  이다. 따라서  $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$  이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$  이므로 직각삼각형 ABE에서  $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$  이다. 따라서  $\overline{BE} = 10$  이다.

16. 다음 그림과 같이 길이가  $a$  인 선분 AB의 중점 M에서의 수선과 원의 중심 O가 만난다.  $\overline{OM} = b$  이고 반지름의 길이가  $\frac{1}{3}a$  인 원과  $\overline{AB}$ 가 만나는 한 점을 P라 한다. 선분 AP의 길이를  $x$ 라 하고 선분 BP의 길이를  $y$ 라 하면  $y = x + 2$ ,  $xy = 35$ 의 식이 성립한다고 할 때,  $a + b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\overline{OM} = b, \overline{OP} = \frac{1}{3}a \text{ 이므로}$$

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{PM} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2}$$

$$\overline{BP} = y$$

$$= \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$$\overline{AP} = x$$

$$= \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

이때  $y = x + 2$ ,  $xy = 35$  이므로

$$y - x = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} - \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= 2 \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} = 2$$

$$\therefore a^2 - 9b^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$xy = \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right) \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 - 9b^2}{9}$$

$$= 35 \dots \textcircled{2}$$

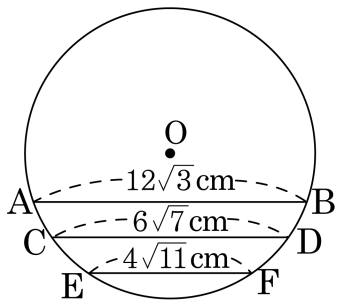
①을 ②에 대입하면  $a^2 = 144$

$\therefore a = 12 (\because a > 0)$

이를 ①에 대입하면  $b^2 = 15$

$$\therefore a + b^2 = 12 + 15 = 27$$

17. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현을 그었을 때 원의 중심 O로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이 된다. 세 현의 길이가 각각  $12\sqrt{3}\text{cm}$ ,  $6\sqrt{7}\text{cm}$ ,  $4\sqrt{11}\text{cm}$  일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 12cm

해설

원의 중심 O 에서  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}$  에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

원의 중심 O로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이므로

$$\overline{OL} = 6k, \overline{OM} = 9k, \overline{EF} = 10k$$

원 O 의 반지름의 길이를  $r$  이라 하고  $\triangle OAL$ ,  $\triangle OCM$ ,  $\triangle OEN$  에서 가가 피타고라스 정리를 이용하면

$$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \dots \textcircled{1}$$

$$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \dots (1)$$

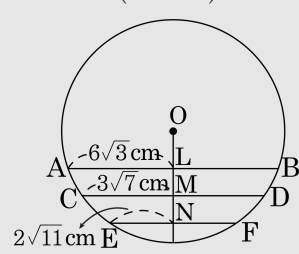
$$r^2 = (10k)^2 + (2\sqrt{11})^2 \dots \textcircled{3}$$

①, ②에 의하여  $36k^2 + 108 = 81k^2 + 63$

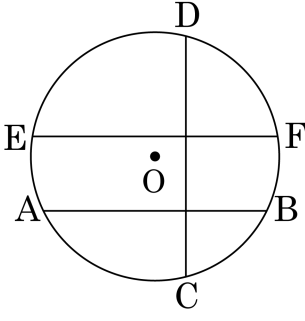
$$\therefore k \equiv 1 (\because k \geq 0)$$

$$k = 1 \text{ 을 ①에 대입하면 } r^2 = 144$$

$$\therefore n = 12 (\because n > 0)$$



18. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현이 그려져 있다. 현 AB 가 원의 중심 O로부터  $\alpha$ cm 만큼 떨어져 있고 현 CD 는 현 AB 보다  $\beta$ cm 만큼 가깝게 떨어져 있고 현 EF 는 현 CD 보다  $\frac{\beta}{2}$ cm 만큼 가깝게 떨어져 있다. 세 현의 길이가 각각  $2\sqrt{10}$ cm,  $2\sqrt{22}$ cm, 10cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라. (단,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  )



▶ 답 :

▷ 정답 :  $\sqrt{26}$

#### 해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}$  에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

$$\overline{OL} = \alpha, \overline{OM} = \alpha - \beta, \overline{ON} = \alpha - \frac{3}{2}\beta$$

원 O 의 반지름의 길이를  $r$  이라 하고  $\triangle OAL$ ,  $\triangle OCM$ ,  $\triangle OEN$  에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면

$$r^2 = \alpha^2 + (\sqrt{10})^2 \dots \textcircled{1}$$

$$r^2 = (\alpha - \beta)^2 + (\sqrt{22})^2 \dots \textcircled{2}$$

$$r^2 = (\alpha - \frac{3}{2}\beta)^2 + 5^2 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 를 하면 } \beta^2 - 2\alpha\beta + 12 = 0 \dots \textcircled{4}$$

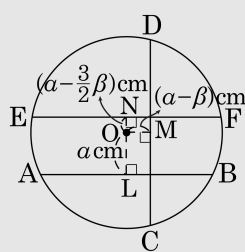
$$\textcircled{3} - \textcircled{2} \text{ 을 하면 } \frac{5}{4}\beta^2 - \alpha\beta + 3 = 0 \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ 에 의하여 } \beta^2 = 4 \therefore \beta = 2 (\because \beta > 0)$$

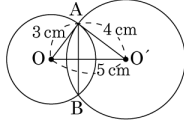
$$\text{이를 } \textcircled{4} \text{ 에 대입하면 } \alpha = 4$$

$$\text{이를 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } r^2 = 26$$

$$\therefore r = \sqrt{26} (\because r > 0)$$



19. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3cm, 4cm 인 두 원이 두 점 A, B에서 만나고 중심 사이의 거리가 5cm 일 때, 공통현 AB의 길이를 구하여라.



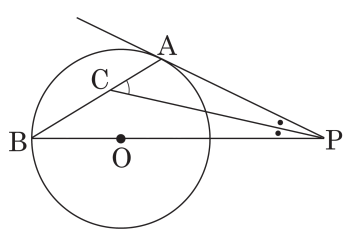
▶ 답 :                          cm    

▷ 정답 :    4.8cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서  $\overline{OA}^2 + \overline{O'A}^2 = \overline{OO'}^2$  이므로  $\angle A = 90^\circ$   
점 A에서  $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면  
 $\triangle AOO' = \frac{1}{2}\overline{OA} \times \overline{O'A} = \frac{1}{2}\overline{OO'} \times \overline{AH}$   
즉,  $\overline{OA} \times \overline{O'A} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$   
 $3 \times 4 = 5\overline{AH}$ ,  $\overline{AH} = 2.4 \text{ (cm)}$   
 $\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 4.8 \text{ (cm)}$

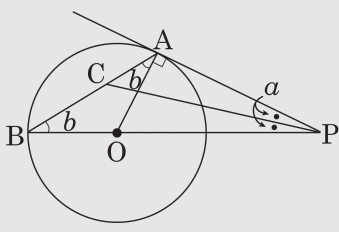
20. 다음 그림에서  $\overline{PA}$  는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또,  $\angle APB$  의 이등분선이  $\overline{AB}$  와 만나는 점을 C 라 할 때,  $\angle PCA$  의 크기를 구하면?



- ①  $25^\circ$       ②  $30^\circ$       ③  $45^\circ$       ④  $50^\circ$       ⑤  $60^\circ$

**해설**

점 A 와 점 O 를 연결하면  
 $\angle OAP = 90^\circ$



$\angle APC = \angle OPC = a$ ,  $\angle OAB = \angle OBA = b$  라 하면,  $\triangle ABP$  에서  $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$$\therefore a + b = 45^\circ$$

$\triangle CBP$  에서  $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$$

21. 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고  $\overline{PA} = 2$ ,  $\overline{PT} = 6$  일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $12\sqrt{2}\pi$

해설

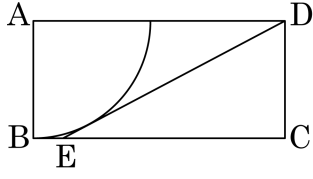
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 36 = 2 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 18$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

따라서 원 O 의 둘레의 길이는  $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

22. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 점 A 를 중심으로 사분원을 그린 것이다. 점 D 에서 사분원에 그은 접선과 선분 BC 가 만나는 점을 E 라 하고 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각각 13, 5 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

#### 해설

점 D 에서 사분원에 그은 접선의 접점을 P 라 하고 보조선 AP 를 그으면

$\overline{AP} = \overline{AB} = 5$  (원의 반지름)

삼각형 APD 에서  $\overline{DP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

이 때  $\overline{EC} = x$  라 하면  $\overline{BE} = \overline{DE} = 13 - x$

$\therefore \overline{DE} = 12 + 13 - x = 25 - x$

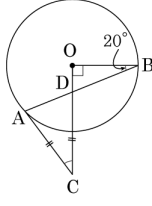
삼각형 DEC 에서

$(25 - x)^2 = x^2 + 5^2$

$625 - 50x + x^2 = x^2 + 25$

$\therefore x = 12$

- 23.** 다음 그림에서 선분 AC는 원 O의 접선이고  $\overline{AC} = \overline{CD}$ ,  $\angle OBD = 20^\circ$  일 때,  $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.





▷ 정답:  $40^{\circ}$

## 해설

다음 그림과 같이 점 B에서 접선을 그어  $\overline{AC}$ 의 연장선과 만나는 점을 P라 하면

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{ 이므로 } \angle PAD = \angle PBD$$
$$\overline{AC} = \overline{CD} \text{ 이므로 } \angle CAD = \angle CDA$$
$$\therefore \angle PBD = \angle CDA$$

여기서  $\angle PBD$  와  $\angle CDA$  는 동위각이므로  $PB \parallel CD$  이면  $\angle BPO = 90^\circ$  이므로  $\angle BOC = 90^\circ$

이때  $\angle PBO = 90^\circ$  이므로  $\angle BOC = 90^\circ$   
삼각형 BOD에서

삼각형 BOD 에서

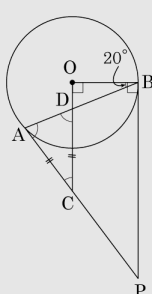
$$\angle ODB = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

삼각형 ADC 에서

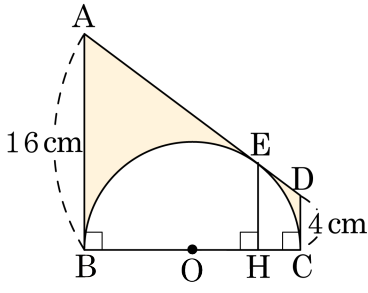
$\angle ADC = 70^\circ$  ( $\angle ODB$  의 맞꼭지각)

삼각형 ADC 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ACD = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$



24. 그림과 같이 반원 O 에 세 접선을 그어 그 교점과 접점을 각각 A, B, C, D, E 라고 한다.  $\overline{AB} = 16\text{cm}$ ,  $\overline{CD} = 4\text{cm}$  이고, 점 E 에서  $\overline{BC}$  에 내린 수선의 발을 H 라 할 때,  $\overline{EH}$  의 길이를 구하여라.

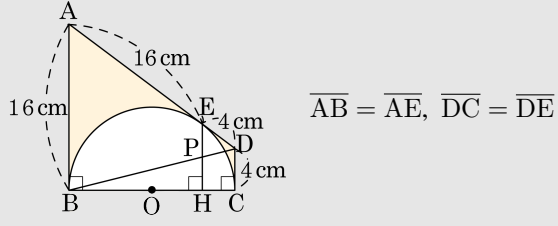


▶ 답 :           cm          

▷ 정답 :  $\frac{32}{5}$  cm

#### 해설

다음 그림과 같이 점 B 와 점 D 를 연결하는 보조선을 긋고  $\overline{BD}$  와  $\overline{EH}$  의 교점을 P 라고 하자.



$\overline{AB} \parallel \overline{EP} \parallel \overline{DC}$  이므로

$\triangle ABD \sim \triangle EPD$ ,  $\triangle BCD \sim \triangle BHP$

$\triangle ABD \sim \triangle EPD$  에서  $\overline{DE} : \overline{DA} = \overline{EP} : \overline{AB}$ ,

$4 : 20 = \overline{EP} : 16$

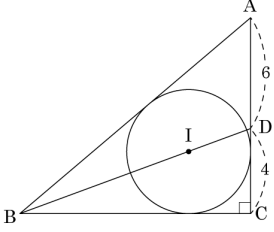
$\therefore \overline{EP} = \frac{16}{5}(\text{cm})$

또,  $\triangle BCD \sim \triangle BHP$  에서  $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PH} : \overline{CD}$  이고,  $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{AE} : \overline{AD}$  이므로  $16 : 20 = \overline{PH} : 4$

$\therefore \overline{PH} = \frac{16}{5}(\text{cm})$

따라서  $\overline{EH} = \overline{EP} + \overline{PH} = \frac{32}{5}(\text{cm})$  이다.

25. 다음 그림에서  $\triangle ABC$ 의 내심을 I라 하고,  $\overline{BI}$ 의 연장선이  $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D라 할 때,  $\overline{AD} = 6, \overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



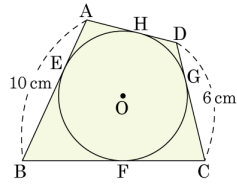
▶ 답 :

▷ 정답 :  $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가  $\angle ABC$ 의 이등분선이므로  $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$   
 $\overline{AB} = 3a, \overline{BC} = 2a$ 로 놓으면  
 $9a^2 = 4a^2 + 100$   
 $5a^2 = 100$   
 $a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$   
 $\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$   
 $\therefore r = 5 - \sqrt{5}$

26. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

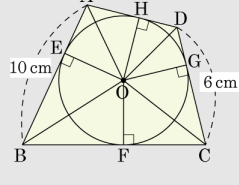


▶ 답 :           $\text{cm}^2$

▶ 정답 : 64  $\text{cm}^2$

#### 해설

외접 사각형의 성질에 의해서  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 16(\text{cm})$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)

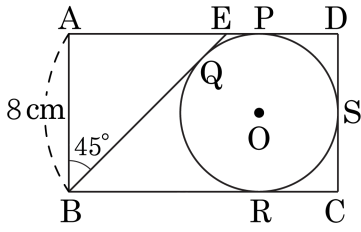
$$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r$$

$$= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 32 = 64(\text{cm}^2)$$

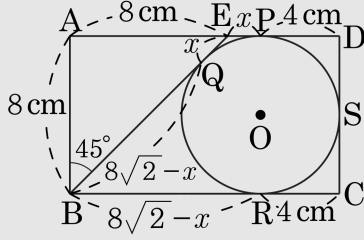
27. 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = 8\text{cm}$  인 직사각형 ABCD 의 세 변과  $\overline{BE}$  에 접하는 원 O 에 대하여  $\angle ABE = 45^\circ$  일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :            cm

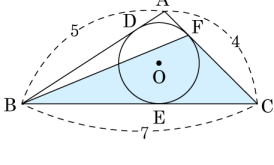
▷ 정답 :  $32 + 8\sqrt{2}$  cm

해설



그림과 같이  $\overline{EP} = x$  라고 하면  $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$  이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서  $\angle ABE = 45^\circ$  이므로  $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$ ,  
 $\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$   
 $\overline{AD} = x + 12$ ,  
 $\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$  이므로  $\overline{AD} = \overline{BC}$  에서  
 $x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x \quad \therefore x = (4\sqrt{2} - 4)$   
 $\therefore \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$   
따라서 직사각형의 둘레의 길이는  
 $(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm}$  이다.

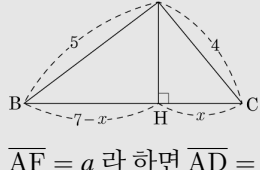
28. 다음 그림에서 원 O는  $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다.  
 $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 7$ ,  $\overline{AC} = 4$  일 때,  $\triangle BCF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $3\sqrt{6}$

해설



$$\overline{AF} = a \text{ 라 하면 } \overline{AD} = \overline{AF} = a, \overline{BD} = \overline{BE} = 5 - a, \overline{CE} = \overline{CF} = 4 - a$$

$$\overline{BC} = (5 - a) + (4 - a) = 7 \text{ 이므로 } a = \overline{AF} = 1, \overline{FC} = 3$$

$$\text{다음 그림에서 } \overline{CH} = x \text{ 라 하면 } \overline{BH} = 7 - x$$

$$\overline{AH}^2 = 4^2 - x^2 = 5^2 - (7 - x)^2$$

$$\therefore x = \frac{20}{7}$$

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{AH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{20}{7}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{400}{49}} = \sqrt{\frac{384}{49}} =$$

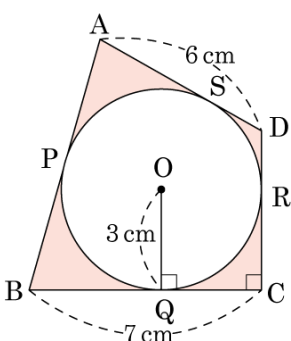
$$\frac{8}{7}\sqrt{6}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{8}{7}\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

$$\text{이때 } \overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3 \text{ 이므로 } \triangle BCF = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 4\sqrt{6} =$$

$$3\sqrt{6} \text{ 이다.}$$

29. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 외접하는 사각형 ABCD 에 대하여 P, Q, R, S 는 접점이고,  $\overline{AD} = 6\text{cm}$ ,  $\overline{BC} = 7\text{cm}$ ,  $\angle BCD = 90^\circ$  일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :  $\text{cm}^2$

▷ 정답 :  $39 - 9\pi \text{cm}^2$

#### 해설

다음 그림에서  $\overline{AB} = a$ ,  $\overline{CD} = b$  라 하면  $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$  이므로

$$a + b = 13, \overline{OP} = \overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OS} = 3$$

$\therefore \square ABCD$

$$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{OP} + \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{OQ} + \frac{1}{2} \cdot$$

$$\overline{CD} \cdot \overline{OR} + \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{OS}$$

$$= \frac{3}{2} (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$$

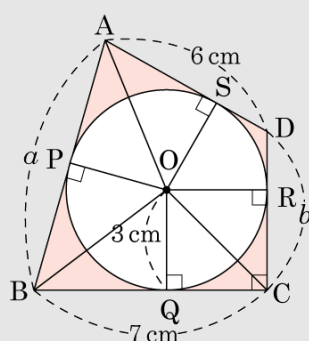
$$= \frac{3}{2} \times 26 = 39(\text{cm}^2)$$

원 O 의 넓이는  $9\pi \text{cm}^2$  이므로

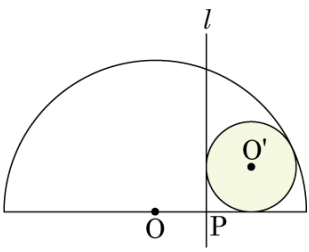
(색칠한 부분의 넓이)

$$= (\square ABCD \text{의 넓이}) - (\text{원 O의 넓이})$$

$$= 39 - 9\pi \text{cm}^2$$



30. 다음 그림과 같이 반지름이  $\frac{5}{2}$  인 반원 O 의 지름 위에  $\overline{OP} = \frac{7}{10}$  인 점 P 를 지나면서 지름에 수직인 직선  $l$  을 그렸을 때, 직선  $l$  과 반원 O 에 접하는 원 O' 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{4}{5}$

해설

원 O' 의 반지름을  $x$  라 하면

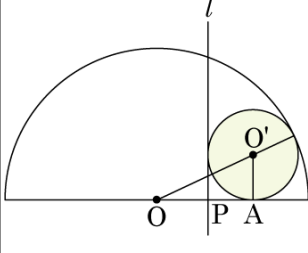
$$\overline{OO'} = \frac{5}{2} - x$$

$$\overline{OA} = \frac{7}{10} + x$$

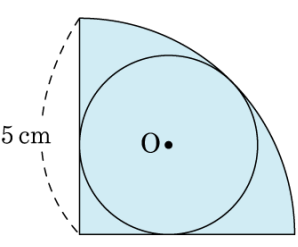
$$\left(\frac{5}{2} - x\right)^2 = \left(x + \frac{7}{10}\right)^2 + x^2$$

$$25x^2 + 160x - 144 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4}{5} (\because x > 0)$$



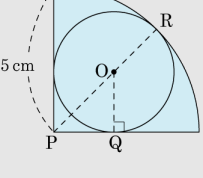
31. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm인 사분원에 내접하는 원 O가 있다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ①  $(5\sqrt{2} - 5)\text{cm}$       ②  $(4\sqrt{2} - 5)\text{cm}$       ③  $(3\sqrt{2} - 5)\text{cm}$   
 ④  $(2\sqrt{2} - 5)\text{cm}$       ⑤  $(\sqrt{2} - 5)\text{cm}$

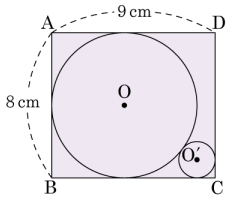
해설

원 O의 반지름을  $x\text{cm}$  라 한다.  
 그림과 같이 보조선을 그으면



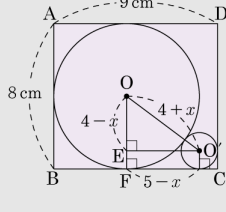
$$\begin{aligned} \overline{PR} &= \overline{PO} + \overline{OR} \\ \sqrt{2}x + x &= 5 \\ (\sqrt{2} + 1)x &= 5 \\ x &= 5(\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$

32. 다음 그림과 같이 가로 길이가 9cm, 세로 길이가 8cm인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 큰 원과 작은 원의 넓이의 합은?



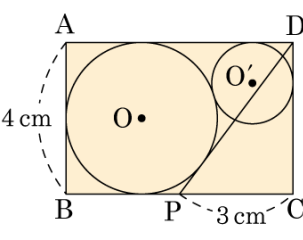
- ①  $4\pi\text{cm}^2$
- ②  $16\pi\text{cm}^2$
- ③  $17\pi\text{cm}^2$
- ④  $18\pi\text{cm}^2$
- ⑤  $20\pi\text{cm}^2$

해설



큰 원의 반지름은 4 cm,  
작은 원의 반지름을  $x$  cm 라 하면  
 $\overline{OO'} = 4 + x$ ,  $\overline{OE} = 4 - x$ ,  $\overline{O'E} = \overline{CF} = 5 - x$  이므로  
 $(4 + x)^2 = (4 - x)^2 + (5 - x)^2$   
 $x^2 - 26x + 25 = 0, (x - 1)(x - 25) = 0 \therefore x = 1$   
따라서 두 원의 넓이의 합은  $\pi \times 4^2 + \pi \times 1^2 = 17\pi(\text{cm}^2)$  이다.

33. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고,  $\overline{AB} = 4\text{cm}$ ,  $\overline{PC} = 3\text{cm}$  이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외접하고 원 O' 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O' 의 반지름은?



- ①  $(8 + 4\sqrt{3})\text{cm}$       ②  $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$       ③  $(4 + 2\sqrt{3})\text{cm}$   
 ④  $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}$       ⑤  $1\text{cm}$

해설

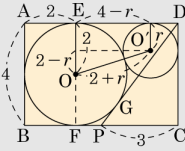
$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$  라 하자.  
 $\triangle DPC$  에서  

$$\overline{DP} = \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2}$$

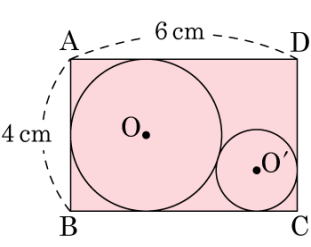
$$= 5(\text{cm})$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$
 또  $\overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$   
 $\overline{ED} = \overline{DG}$  이므로  $x + 3 = 5 - x$ ,  $x = 1$   
 $\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$



원 O' 의 반지름을  $r\text{cm}$  라 하면  
 $(2 + r)^2 = (2 - r)^2 + (4 - r)^2$   
 $r^2 - 16r + 16 = 0$   
 $\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}(\because 0 < r < 2)$

34. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 올려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 올려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?



- ①  $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$       ②  $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$       ③  $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$   
 ④  $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$       ⑤  $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설

작은 원의 반지름을  $r\text{cm}$  라고 하면 큰 원의 반지름은  $2\text{cm}$  이므로

$$(2 - r)^2 + (4 - r)^2 = (2 + r)^2$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$