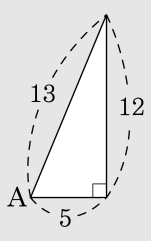
1. $\tan A = \frac{12}{5}$ 일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$ 의 값을 구하여라. (단, $0° < A < 90°$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{119}{169}$

해설

$\tan A = \frac{12}{5}$ 이므로



$$\sin^2 A - \cos^2 A = \left(\frac{12}{13}\right)^2 - \left(\frac{5}{13}\right)^2$$
$$= \frac{144}{169} - \frac{25}{169} = \frac{119}{169}$$

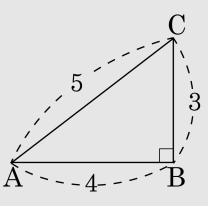
2. $\tan A = \frac{3}{4}$ 일 때, $\cos A + \sin A$ 의 값을 구하여라. (단, $0° < A < 90°$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{5}$

해설

$\tan A = \frac{3}{4}$ 이므로 $\cos A + \sin A = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$



3. $\tan A = 1$ 일 때, $(2+\sin A)(2-\cos A)$ 의 값은? (단, $0° \le A \le 90°$)

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 0

해설

$\tan 45° = 1$ 이므로 $\angle A = 45°$

$(2+\sin 45°)(2-\cos 45°)$

$= \left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4-\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

4. $\sin^2 x = \cos x$ 일 때, $\dfrac{1}{1-\cos x} - \dfrac{1}{1+\cos x}$ 의 값을 구하여라.

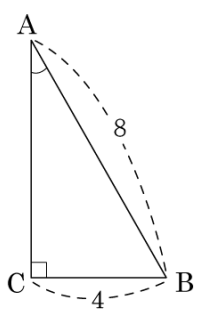
▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\frac{1}{1-\cos x} - \frac{1}{1+\cos x}$$
$$= \frac{1+\cos x-(1-\cos x)}{1-\cos^2 x}$$
$$= \frac{2\cos x}{\sin^2 x}$$
$$= \frac{2\cos x}{\cos x} \ (\because \ \sin^2 x = \cos x)$$
$$= 2$$

5. 다음과 같은 직각삼각형 △ABC에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$일 때, $\sin A - \tan A$의 값은?



① $\frac{1-\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{2-\sqrt{3}}{6}$
③ $\frac{2-2\sqrt{2}}{6}$ ④ $\frac{3-2\sqrt{2}}{6}$
⑤ $\frac{3-2\sqrt{3}}{6}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{8^2-4^2} = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\sin A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\tan A = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin A - \tan A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3-2\sqrt{3}}{6}$

6. 정사면체 O – ABC 에서 모서리 AB 의 중점을 M , $\angle OMC = \alpha$ 라 할 때, $\cos\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

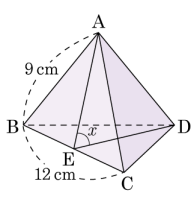
정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 $\overline{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

또 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면 H 는 밑면의 무게중심이므로

$\overline{MH} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{6}x$

따라서 $\cos\alpha = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}x}{\frac{\sqrt{3}}{2}x} = \frac{1}{3}$ 이다.

7. 다음 그림의 삼각뿔은 옆면이 모두 합동인 이등변삼각형이고 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형이다. 모서리 BC 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

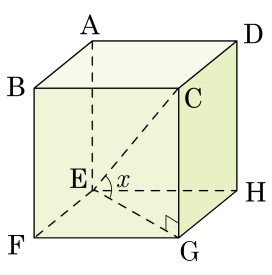
▷ 정답 : $\frac{\sqrt{11}}{2}$

해설

$\overline{AE} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BE}^2} = \sqrt{81 - 36} = 3\sqrt{5}$
점 A 에서 $\overline{ED}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

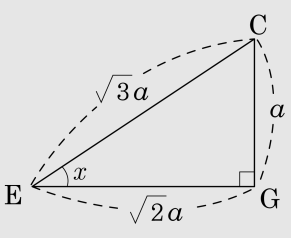
$\overline{EH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}$
$\overline{AH} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{33}$
$\therefore \tan x = \frac{\sqrt{33}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{11}}{2}$

8. 다음 그림은 한 변의 길이가 a 인 정육면체이다. 대각선 CE 와 밑면의 대각선 EG 가 이루는 $\angle$CEG 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{2}a$ ④ $\sqrt{3}a$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

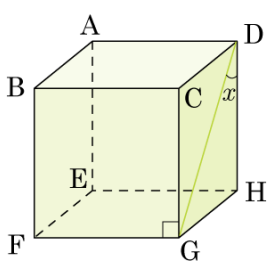


$\overline{\mathrm{EG}} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$

$\overline{\mathrm{CE}}^2 = (\sqrt{2}a)^2 + a^2 = 3a^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{CE}} = \sqrt{3}a$

$\therefore \sin x = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 2 인 정육면체에서 $\angle GDH$ 가 x 일 때, $\cos x$ 의 값이 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수)



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\overline{DG} = 2\sqrt{2}$

$\overline{DH} = 2$ 이므로

$\cos x = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $a+b=4$ 이다.