1. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

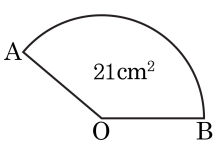
㉠ 반지름의 길이에 대한 원주의 비율을 원주율이라 하며 그 값은 일정하다.
㉡ 한 원에서 가장 길이가 긴 현은 지름이다.
㉢ 한 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 현의길이는 같다.
㉣ 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
㉤ 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.
㉥ 한 원에서 부채꼴의 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥
② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
③ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

㉠ 반지름이 아니라 지름의 길이에 대한 원주의 비율을 원주율이라 한다.
㉥ 한 원에서 부채꼴의 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

2. 다음 그림은 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이가 원 O 의 둘레의 길이의 $\frac{7}{18}$ 이고 넓이가 $21\,cm^2$ 인 부채꼴이다. 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

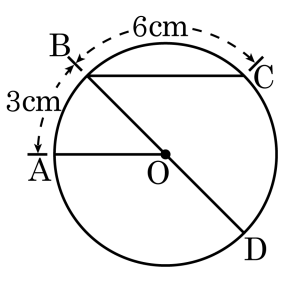
▷ 정답 : 54 cm^2

해설

(원 O 의 넓이)$\times\frac{7}{18} = 21\ (cm^2)$

(원 O 의 넓이)$= 21 \times \frac{18}{7} = 54\ (cm^2)$

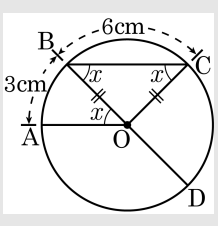
3. 다음 그림 원 O 에서 $\overline{AO} \,/\!/\, \overline{BC}$, 5.0pt$\overset{\frown}{BC} = 6\text{cm}$, 5.0pt$\overset{\frown}{AB} = 3\text{cm}$ 이다. $\overline{BD}$ 가 원 O 의 지름일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ 의 길이는?



① 6cm ② 9cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\angle AOB = x$ 라 할 때, $\overline{AO} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로,



$\angle OBC = \angle OCB = \angle AOB = x$ ($\because$ $\triangle OBC$ 가 이등변삼각형, 엇각)

$\angle BOC = 180° - 2 \times x = 180° - 2x$

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC} = \angle AOB : \angle BOC = 1 : 2$

$\angle BOC = 2\angle AOB = 2x$

$\therefore 180° - 2x = 2x,\ x = 45°$

$\therefore \angle AOD = 180° - x = 135°$

$\angle AOB : \angle AOD = 1 : 3$ 이므로

$\therefore$ 5.0pt$\overset{\frown}{AD} = 3 \times 3 = 9(\text{cm})$

4. 다음과 같이 새롬이는 철수, 영희와 피자를 시켜먹었다. 피자의 한 판을 넓이의 비가 $4:5:3$ 인 부채꼴 모양으로 나누어 새롬, 철수, 영희가 차례대로 먹었다. 이때 새롬이가 먹은 피자 조각의 중심각의 크기를 구하여라.

▶ 답 : _____ °

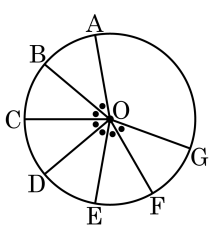
▷ 정답 : 120 °

해설

새롬이가 먹은 피자 조각의 중심각의 크기는

$$360° \times \frac{4}{4+5+3} = 360° \times \frac{1}{3} = 120°$$

5. 다음 그림에서 6 개의 각의 크기는 모두 같다. 다음 중 옳은 것은?



① $\frac{2}{3}\overline{AD} = \overline{EF}$

② (부채꼴 OAB 의 넓이)×2 = (부채꼴 OEG 의 넓이)

③ $\frac{3}{4}$5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{ABE}$ = 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{EFG}$

④ $2\overline{EF} = \overline{AC}$

⑤ $\overline{AC} > 2\overline{FG}$

해설

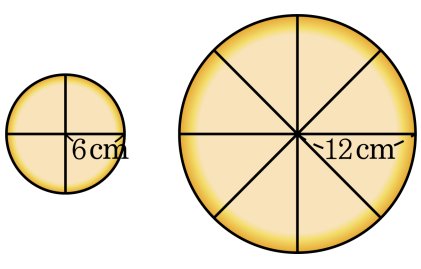
① 현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

③ $\frac{1}{2}$5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{ABE}$ = 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{EFG}$

④ 현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

⑤ $\overline{AC} < 2\overline{FG}$

6. 다음 그림과 같이 높이는 같지만 반지름의 길이는 각각 6 cm, 12 cm 인 두 개의 케이크가 있다. 첫 번째 케이크는 4 등분하고 두 번째 케이크는 8 등분한 후 각각을 위에서 보았다. 한 조각의 넓이가 더 큰 케이크 조각의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 18π cm^2

해설

첫 번째 케이크 조각의 넓이

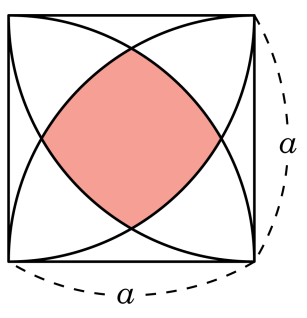
$6 \times 6 \times \pi \times \frac{1}{4} = 9\pi\ (cm^2)$

두 번째 케이크 조각의 넓이

$12 \times 12 \times \pi \times \frac{1}{8} = 18\pi\ (cm^2)$

$\therefore$ 두 번째 케이크 조각이 더 크므로 구하는 넓이는 $18\pi\ (cm^2)$ 이다.

7. 한 변의 길이가 a 인 정사각형 안에 그려진 아래 그림의 도형에서 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구하여라.



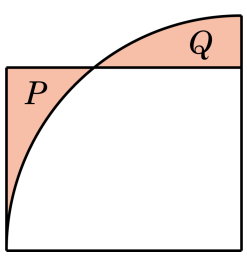
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{2}{3}a\pi$ cm

해설

$4 \times \left(2\pi \times a \times \frac{30°}{360°}\right) = \frac{2}{3}a\pi$ (cm)

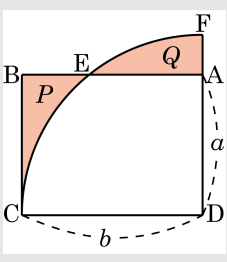
8. 다음 그림은 넓이가 9π 인 직사각형과 직사각형의 긴 변의 길이와 같은 길이를 반지름으로 하는 반원을 겹쳐놓은 것이다. 색칠한 두 부분 P, Q 의 넓이가 같을 때, 직사각형의 짧은 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}\pi$

해설



그림과 같이 직사각형의 긴 변을 b , 짧은 변을 a 라 하고 도형 AECD 의 넓이를 S 라 하면

(부채꼴 DFC의 넓이) = (P의 넓이) + S

P 와 Q 의 넓이가 같으므로

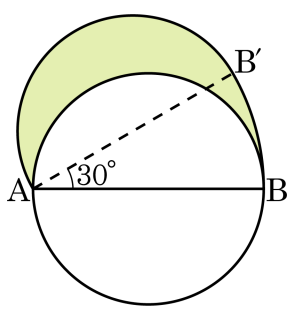
부채꼴 DFC 의 넓이는 □ABCD 와 같으므로

$\pi \times b^2 \times \frac{1}{4} = ab$, $b\pi = 4a \quad \therefore\ a = \frac{b\pi}{4}$

$ab = 9\pi$ 이므로 $b^2 = 36$, $b = 6$

$\therefore a = \frac{3}{2}\pi$

9. 다음 그림은 지름이 10 cm 인 반원을 점 A 를 중심으로 30° 만큼 회전한 것이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $\frac{25}{4}\pi$ cm^2 ② $\frac{25}{3}\pi$ cm^2 ③ $\frac{25}{2}\pi$ cm^2
④ 25π cm^2 ⑤ 50π cm^2

해설

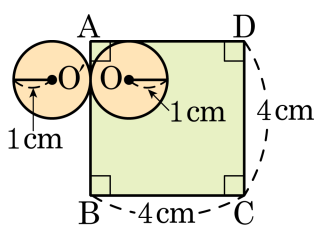
(넓이)

$= \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 10^2 \times \frac{30°}{360°} - \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{25}{3}\pi(\text{cm}^2)$

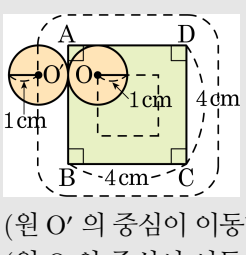
(색칠한 부분의 넓이) = (부채꼴 BAB′의 넓이)

10. 다음 그림은 반지름이 1cm 인 원 O, O′ 가 한 변의길이가 4cm 인 정사각형 ABCD 에 접하여 움직이고 있다. 두 원 O, O′ 가 한 바퀴 돌아 제자리에 왔을 때, 두 원의 중심이 이동한 거리의 차를 $(a+b\pi)$cm 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.



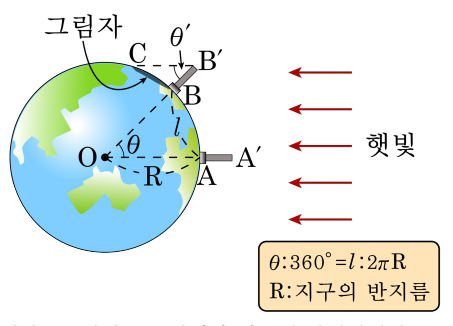
① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설



(원 O′ 의 중심이 이동한 거리) $= 4\times4+2\times\pi\times1 = 16+2\pi$(cm)
(원 O 의 중심이 이동한 거리) $= 2\times4 = 8$(cm)
두 원의 중심이 이동한 거리의 차는 $(16+2\pi)-8 = 8+2\pi$(cm) 이다.
$\therefore\ a-b = 8-2 = 6$

11. 다음 그림은 에라토스네테스가 지구의 반지름을 구한 실험이다. 다음 실험에서 실제로 측정해야 하는 것을 모두 골라라.



에라토스테네스는 하짓날 정오에 시에네에서 햇빛이 우물 속을 수직으로 비칠 때, 같은 시각에 시에네에서 거의 정북으로 900km정도 떨어진 알렉산드리아에서는 연직으로 세운 막대의 그림자 끝이 북쪽으로 약 7° 기울어진 곳에 생긴다는 사실로부터 지구의 반지름을 구하였습니다.

㉠ θ'	㉡ θ
㉢ l	㉣ 막대 AA′

▶ 답 :

▶ 답 :

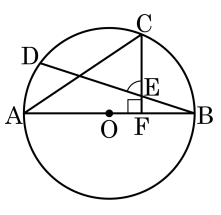
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

θ 는 실체로 측정할 수 없고 θ' 을 측정한다. l 의 크기도 실제로 측정했으며 막대의 길이는 사용하지 않는다.

12. 다음 그림에서 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CF}$, 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$가 원주의 $\frac{2}{5}$일 때, $\angle CED$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 72°

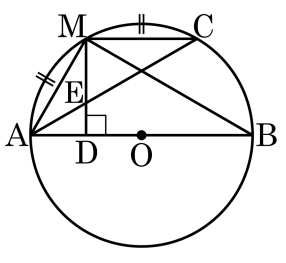
해설

5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 가 원주의 $\frac{2}{5}$ 이므로 $\angle BOD = 360° \times \frac{2}{5} = 144°$

$\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로 $\angle OBD = (180° - 144°) \div 2 = 18°$

$\therefore\ \angle CED = \angle BEF = 180° - (90° + 18°) = 72°$

13. $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름, M 은 호 AC 의 중점이고, $\overline{MD} \perp \overline{AB}$, 호 AC 가 원주의 $\frac{1}{3}$ 일 때, $2\angle MEC$ 의 크기는?



① 30° ② 60° ③ 90° ④ 120° ⑤ 150°

해설

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 호 AC 의 중심각

$\angle AOC = \frac{1}{3} \times 360° = 120°$

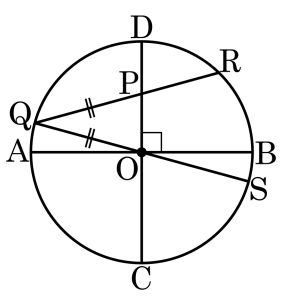
$\overline{AO} = \overline{CO}$ (반지름) 이므로 $\triangle AOC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OAC = \frac{1}{2}(180 - 120) = 30°$ 이므로

$\therefore x = 180° - (90° + 30°) = 60°$

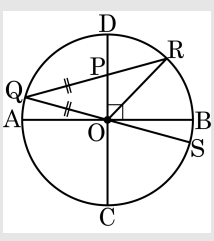
$\therefore 2x = 120°$

14. 다음 그림에서 지름 AB, CD 는 직각으로 만나고, P 는 반지름 OD 위에 있는 점이다. 그리고 Q 는 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ 위의 점으로 $\overline{\mathrm{OQ}} = \overline{\mathrm{PQ}}$ 이고 $\overline{\mathrm{QP}}$, $\overline{\mathrm{QO}}$ 의 연장선과 원과의 교점을 각각 R, S 라 한다. 이 때, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BS}}$ 는 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{RB}}$ 의 몇 배인지 구하면?



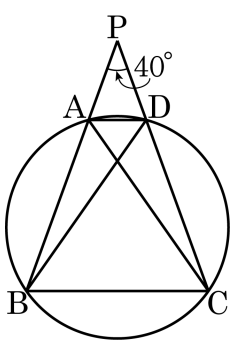
① 4 배　② 3 배　③ $\frac{1}{4}$ 배　④ $\frac{1}{3}$ 배　⑤ $\frac{1}{2}$ 배

해설



$\angle\mathrm{BOS} = a$ 라 하면, $\angle\mathrm{AOQ} = a$ (맞꼭지각)
$\angle\mathrm{AOP} = 90^\circ$ 에서 $\angle\mathrm{QOP} = 90^\circ - a$
따라서, $\overline{\mathrm{OQ}} = \overline{\mathrm{PQ}}$ 에서 $\angle\mathrm{QPO} = \angle\mathrm{QOP} = 90^\circ - a$
여기에, $\angle\mathrm{OQP} = 180^\circ - (90^\circ - a) \times 2 = 2a$
$\triangle\mathrm{OQR}$ 은 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{\mathrm{OQ}} = \overline{\mathrm{OR}}$ 반지름)
$\angle\mathrm{ORQ} = \angle\mathrm{OQR}(= \angle\mathrm{OQP}) = 2a$ 여기에
$\angle\mathrm{ROS} = \angle\mathrm{OQR} + \angle\mathrm{ORQ} = 2a + 2a = 4a$
따라서, $\angle\mathrm{ROB} = \angle\mathrm{ROS} - \angle\mathrm{BOS} = 4a - a = 3a$, $\angle\mathrm{BOS} = \frac{1}{3}\angle\mathrm{ROB}$
$\therefore$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BS}} = \frac{1}{3}$5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{RB}}$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 인 사각형 ABCD 와 사각형에 외접하는 원 O 가 있다. 선분 AB, CD 의 연장선이 만나는 점 P 에 대하여 $\angle APC = 40°$ 일 때, $\angle BAD + \angle BCD$ 의 크기를 구하여라.

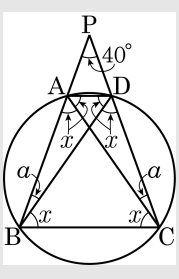


▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 180 °

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle ACB = x$, $\angle DBA = a$ 라 하면 한 현에 대한 원주각의 크기도 같으므로 다음 그림과 같다.



$\triangle ABC$ 에서 $3x + a = 180°$

$\therefore\ a = 180° - 3x \cdots$ ㉠

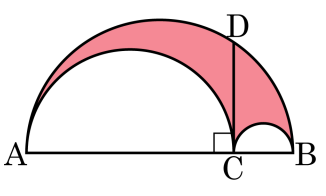
$\triangle PBC$ 에서 $40° + 2(x + a) = 180°$

$\therefore\ x + a = 70° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해서 $x = 55°,\ a = 15°$

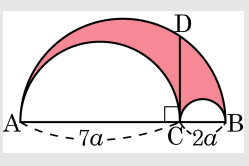
따라서 $\angle BAD + \angle BCD = 110° + 70° = 180°$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $7:2$ 로 나누는 점을 C 라 하고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ 를 각각 지름으로 하는 반원을 그린다. $\overline{CD}\perp\overline{AB}$ 인 점 D 를 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 위에 잡으면, $\overline{CD^2}=\overline{AC}\times\overline{CB}$ 의 관계가 있다. 빗금 친 부분의 넓이를 S , $\overline{CD}$ 를 반지름으로 하는 원의 넓이를 T 라 할 때, $\frac{S}{T}$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설



$\overline{AC}=7a$, $\overline{CB}=2a$ 라 하면

$\overline{CD^2}=14a^2$

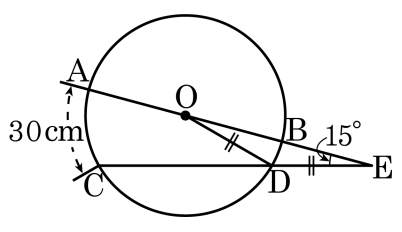
$S=\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{9a}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{7a}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\pi a^2$

$=\frac{81}{8}\pi a^2-\frac{49}{8}\pi a^2-\frac{1}{2}\pi a^2=\frac{28}{8}\pi a^2=\frac{7}{2}\pi a^2$

$T=\pi\times\overline{CD^2}=14\pi a^2$

$\therefore\frac{S}{T}=\frac{7}{2}\pi a^2\div14\pi a^2=\frac{7}{2}\times\frac{1}{14}=\frac{1}{4}$

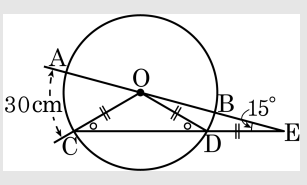
17. 다음 그림에서 $\angle E = 15°$, 5.0pt$\overset{\frown}{AC} = 30\,\text{cm}$, $\overline{OD} = \overline{DE}$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설



$\overline{OD} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle DOB = 15°$

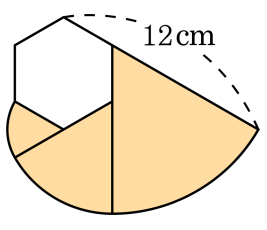
$\angle ODC = \angle DOE + \angle DEO = 15° + 15° = 30°$

$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OCE = 30°$

$\angle AOC = \angle OCD + \angle OED = 15° + 30° = 45°$

$30 : 45 = x : 15 \quad \therefore\ x = 10$ 이므로 5.0pt$\overset{\frown}{BD} = 10\,\text{cm}$

18. 다음 그림과 같이 정육각형의 둘레의 일부를 따라 감은 실을 다시 풀었을 때, 실이 지난 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

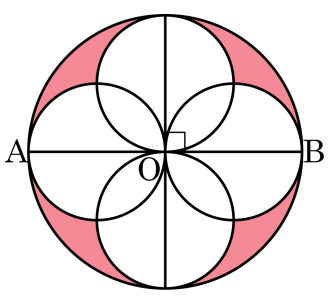
▷ 정답 : 21π cm^2

해설

색칠한 부분은 3 개의 부채꼴로 나누어지고 각각의 반지름은 9cm, 6cm, 3cm 이고 중심각은 모두 $\frac{360°}{6} = 60°$ 이다.

$\therefore \left(\pi \times 9^2 \times \frac{60°}{360°}\right) + \left(\pi \times 6^2 \times \frac{60°}{360°}\right) + \left(\pi \times 3^2 \times \frac{60°}{360°}\right) = 21\pi(cm^2)$

19. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, 큰 원의 지름 $\overline{AB}$의 길이는 24cm이다.)

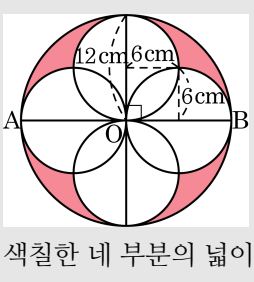


① $(60\pi - 100)\text{cm}^2$　　② $(60\pi - 121)\text{cm}^2$

③ $(60\pi - 144)\text{cm}^2$　　④ $(72\pi - 121)\text{cm}^2$

⑤ $(72\pi - 144)\text{cm}^2$

해설

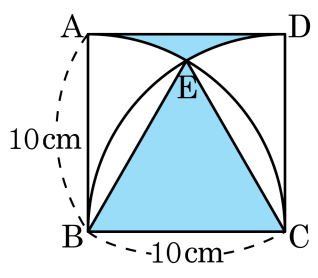


색칠한 네 부분의 넓이는 같으므로 한 부분의 넓이를 구하면

$\pi \times 12^2 \times \frac{1}{4} - 2 \times \pi \times 6^2 \times \frac{1}{4} - 6 \times 6 = 18\pi - 36$

$\therefore 4 \times (18\pi - 36) = 72\pi - 144(\text{cm}^2)$

20. 다음 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : $100 - \frac{50}{3}\pi$ cm^2

해설

$\overline{EB} = \overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로

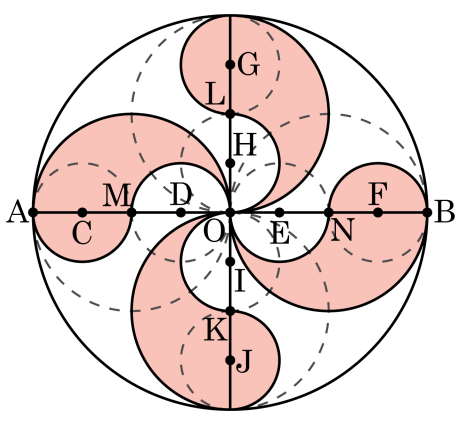
$\triangle EBC$ 는 정삼각형이다.

$\angle ABE = \angle DCE = 90° - 60° = 30°$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10 \times 10 - \pi \times 10^2 \times \frac{30°}{360°} \times 2 =$

$100 - \frac{50}{3}\pi(cm^2)$ 이다.

21. 다음 도형에서 원 O 의 지름 AB 의 길이가 16cm , 원 M, N, L, K 가 합동이고, 원 C, D, E, F, G, H, I, J 가 합동이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (단, 점 O, M, N, L, K, C, D, E, F, G, H, I, J 는 원의 중심이다.)



① $2\pi\text{cm}^2$ ② $8\pi\text{cm}^2$ ③ $16\pi\text{cm}^2$

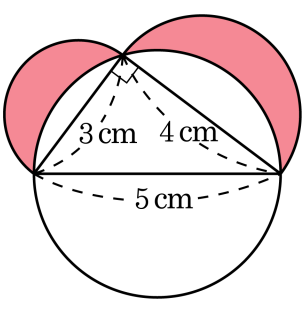
④ $32\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 반지름 4cm 인 원 2 개의 넓이와 같다.

$\pi \times 4^2 \times 2 = 32\pi(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림은 세 변의 길이가 각각 3cm, 4cm, 5cm 인 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하여 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



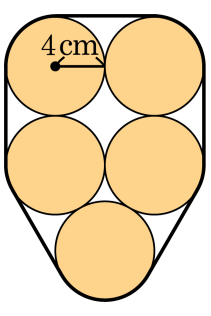
▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 6 cm^2

해설

$$3\times4\times\frac{1}{2}+\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}+\pi\times2^2\times\frac{1}{2}-\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=6(cm^2)$$

23. 다음 그림은 반지름의 길이가 4cm 인 5 개의 원기둥을 묶은 것이다. 필요한 끈의 최소 길이를 구하면? (단, 묶는 매듭은 생각하지 않는다.)

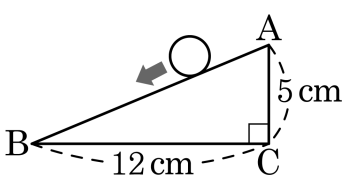


① $(4\pi + 20)$cm ② $(4\pi + 40)$cm ③ $(8\pi + 20)$cm
④ $(8\pi + 40)$cm ⑤ $(16\pi + 40)$cm

해설

$2\pi \times 4 + 4 \times 10 = 8\pi + 40$(cm)

24. 다음 직각삼각형 ABC 의 변 위로 반지름의 길이가 1cm 인 원을 굴러서 삼각형의 둘레를 한 바퀴 돌 때, 원이 지나간 부분의 넓이를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 13\text{cm}$)

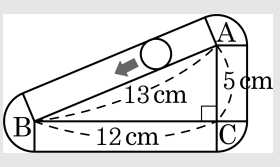


▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : $60 + 4\pi$ cm^2

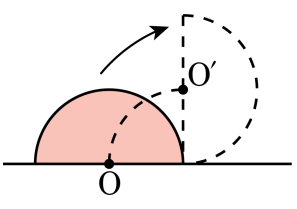
해설

원이 지나간 부분을 그림으로 나타내면



따라서 (원이 지나간 부분의 넓이) $= 2\times(12+13+5)+\pi\times2^2 = 60 + 4\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

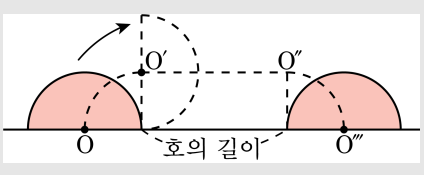
25. 다음 그림과 같이 일직선 위의 반지름의 길이가 6cm 인 반원을 1 바퀴 굴렸을 때, 중심 O 가 움직이면서 그리는 선의 길이는?



① 4πcm ② 6πcm ③ 8πcm

④ 10πcm ⑤ 12πcm

해설

중심 O 가 움직이면서 그리는 선은 5.0pt$\overset{\frown}{OO'}$, $\overline{O'O''}$, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{O''O'''}$ 이므로 구하는 길이는 반원의 호의 길이의 2 배이다.

$\therefore\ 2 \times \frac{1}{2} \times 2\pi \times 6 = 12\pi(\text{cm})$