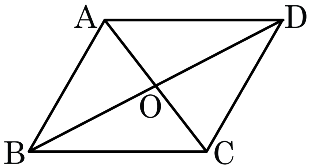
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{OCB}$, $\angle\mathrm{ODA} = \angle\mathrm{OBC}$ 인 이유는?



[가정] $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AD}} \,//\, \overline{\mathrm{BC}}$

[결론] $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$

[증명] $\triangle\mathrm{OAD}$ 와 $\triangle\mathrm{OCB}$ 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} \cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AD}} \,//\, \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{OCB} \cdots$ ㉡

$\angle\mathrm{ODA} = \angle\mathrm{OBC} \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle\mathrm{OAD} \equiv \triangle\mathrm{OCB}$ (ASA 합동)

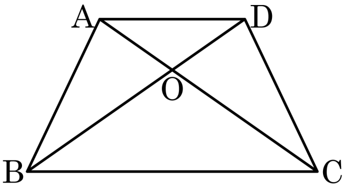
$\therefore$ $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{OCB}$, $\angle\mathrm{ODA} = \angle\mathrm{OBC}$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, □ABCD 의 넓이는?



① 148 ② 150 ③ 162 ④ 175 ⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로

$18 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 36$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

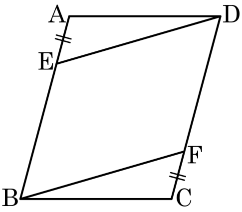
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$

또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로

$36 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 72$

$\therefore$ □ABCD $= 18 + 36 + 36 + 72 = 162$

3. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE}=\overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{ED}//\overline{DF}$

② $\angle EBF=\angle EDF$, $\angle BED=\angle DFB$

③ $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$

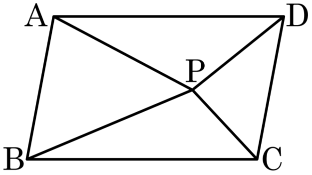
④ $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$

⑤ $\overline{BE}//\overline{DF}$, $\overline{BE}=\overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$
즉 $\overline{EB}//\overline{DF}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE}=\overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, □ABCD 의 넓이는 60cm^2 이고, △ABP 의 넓이는 △CDP 의 넓이의 2 배일 때, △CDP 의 넓이를 구하면 ?



① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 15cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$ 이므로

$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{CDP} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$ 이다.

$\triangle\text{ABP} = 2\triangle\text{CDP}$ 이므로 $3\triangle\text{CDP} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{CDP} = \frac{1}{6}\square\text{ABCD} = 10(\text{cm}^2)$

5. 다음 보기의 사각형 중 등변사다리꼴이 <u>아닌</u> 것은?

보기

㉠ 밑각의 크기가 같은 사다리꼴

㉡ 평행사변형

㉢ 직사각형

㉣ 마름모

㉤ 정사각형

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같지 않은 사각형은 평행사변형과 마름모이다.

6. 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 모두 몇 개인가?

보기

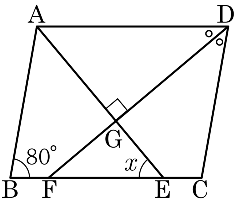
사각형, 사다리꼴, 등변사다리꼴,
평행사변형, 직사각형, 마름모,
정사각형

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형 3 개이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선 $\overline{DF}$ 에 내린 수선이 $\overline{DF}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 G, E 라 한다. $\angle B = 80°$ 일 때, $\angle x =$ $\boxed{}$° 이다. $\boxed{}$의 값은?



① 45　② 50　③ 55　④ 60　⑤ 65

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로

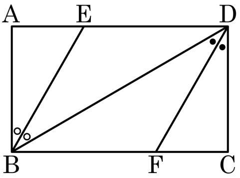
$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D = 80°$ 이다.

$\angle ADF = \angle CDF = \angle \frac{D}{2} = 40°$ 이고,

$\angle AGD = \angle FGE = 90°$

$\therefore \angle x = 180° - (90° + 40°) = 50°$

8. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE}=8\text{cm}$일 때, □EBFD의 둘레는?



① 30cm ② 32cm ③ 34cm

④ 36cm ⑤ 38cm

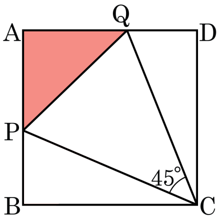
해설

$\overline{EB}\,/\!/\,\overline{DF}$이므로 $\angle EBD = \angle FDB$이고 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBF$이다.

따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE}=\overline{BE}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

$\overline{DE}=8\text{cm}$이므로 둘레는 $4\times 8 = 32(\text{cm})$이다.

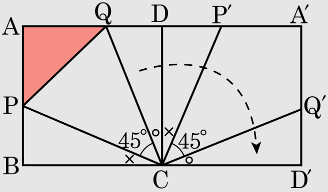
9. 다음 정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4 cm 이고 $\angle PCQ = 45°$일때, $\triangle APQ$의 둘레의 길이는?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

□ABCD를 점 C를 중심으로 오른쪽으로 회전시켜면 다음 그림과 같다.



$\angle QCP' = \angle QCD + \angle DCP' = \angle QCD + \angle BCP = 45°$

$\triangle QCP$, QCP'에서

$\overline{CP} = \overline{CP'}$, $\angle QCP = \angle QCP' \cdots$ ㉠

$\overline{QC}$는 공통$\cdots$ ㉡

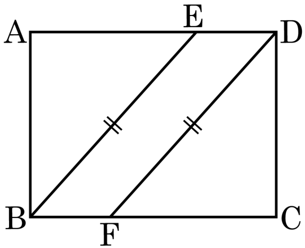
㉠, ㉡에 의하여 $\triangle QCP \equiv QCP'$(SAS합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{P'Q}$

($\triangle APQ$의 둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P'} + \overline{P'Q} + \overline{QA} =$

$4 + 4 = 8$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE} = \overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

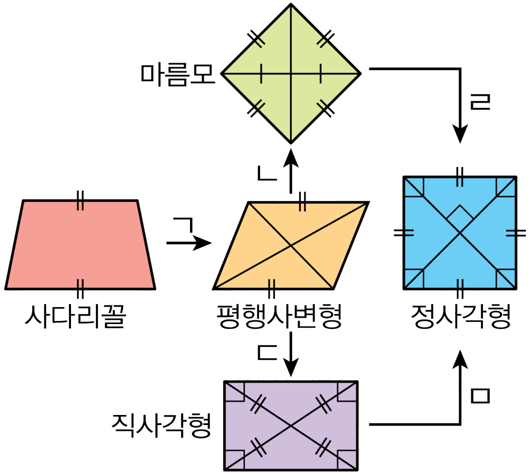
해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE} = \overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$

한편 $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

11. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것은?



① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.

③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

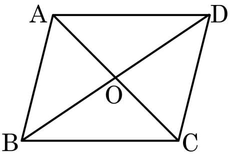
④ ㄹ. 한 내각의 크기가 90° 이다.

⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

12. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 가 평행사변형이 <u>아닌</u> 것은?

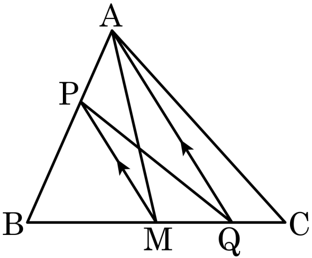


① $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
② $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$
③ $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$
④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

해설

③ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 일 때, □ABCD는 평행사변형이다.

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P를 지나고 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하는 직선은?

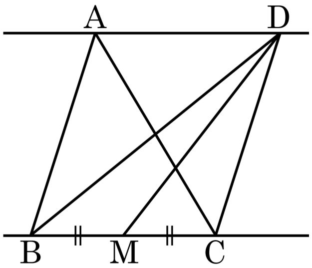


① $\overline{PM}$　　② $\overline{PQ}$　　③ $\overline{PC}$　　④ $\overline{PB}$　　⑤ $\overline{PA}$

해설

$\overline{BC}$의 중점 M을 잡고 $\overline{PM} // \overline{AQ}$인 점 Q를 잡으면 $\overline{PQ}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

14. 다음 그림에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle DMC = 15\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



① $10\,cm^2$ ② $15\,cm^2$ ③ $20\,cm^2$

④ $25\,cm^2$ ⑤ $30\,cm^2$

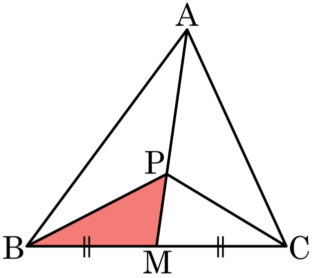
해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로

$\triangle DBC = 2\triangle DMC = 2 \times 15 = 30\ (cm^2)$

$\triangle DBC = \triangle ABC = 30\ (cm^2)$

15. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} = 2\overline{PM}$이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$일 때, $\triangle PBM$의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2
④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

$\overline{AP} = 2\overline{PM}$이므로 $\triangle ABP = 2\triangle PBM$이다.
$\therefore \triangle ABM = 3\triangle PBM$
또, $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$이다.
따라서 $\triangle ABC = 6\triangle PBM$이므로 $60 = 6\triangle PBM$
$\therefore \triangle PBM = 10(\text{cm}^2)$