

1. 부등식 $3x - 4 \leq x + 2$ 를 만족하는 자연수의 개수를 구하면?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$3x - 4 \leq x + 2$$

$$2x \leq 6$$

$$\therefore x \leq 3$$

$$\therefore x = 1, 2, 3$$

2. 부등식 $2x - 5 \leq 3$ 의 해 중 자연수 x 의 값을 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1, 2, 3, 4

해설

$$2x - 5 \leq 3$$

$$2x \leq 8$$

$$\therefore x \leq 4$$

3. 다음 <보기>에서 $x = -2$ 가 해인 부등식을 모두 고르면?

보기

㉠ $-x + 1 < 2x - 1$

㉡ $\frac{2}{3}x + 1 \geq x - 1$

㉢ $x - 1 > -2x - 3$

㉣ $2(x + 1) \geq 5$

㉤ $-x > x - 3$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉡ $\frac{2}{3}x + 1 = -\frac{4}{3} + 1 = -\frac{1}{3} \geq -2 - 1 = -3$

㉣ $2 > -2 - 3 = -5$

따라서 해인 부등식은 ㉡, ㉣이다.

4. x 가 $-3 \leq x \leq 3$ 인 정수일 때, $3x + 6 > 0$ 를 참이 되게 하는 x 의 값의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$$x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$3x + 6 > 0 \text{에서}$$

$$x = -3 \text{이면 } 3 \times (-3) + 6 > 0 \text{ (거짓)}$$

$$x = -2 \text{이면 } 3 \times (-2) + 6 > 0 \text{ (거짓)}$$

$$x = -1 \text{이면 } 3 \times (-1) + 6 > 0 \text{ (참)}$$

$$x = 0 \text{이면 } 3 \times 0 + 6 > 0 \text{ (참)}$$

$$x = 1 \text{이면 } 3 \times 1 + 6 > 0 \text{ (참)}$$

$$x = 2 \text{이면 } 3 \times 2 + 6 > 0 \text{ (참)}$$

$$x = 3 \text{이면 } 3 \times 3 + 6 > 0 \text{ (참)}$$

$3x + 6 > 0$ 를 만족하는 x 는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 이므로 5 개이다.

5. $x = -1$ 은 부등식 $ax < x + 7$ 의 해가 된다. 이때 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > -6$

해설

주어진 식에 x 대신에 -1 을 대입하면

$$-a < -1 + 7$$

$$-a < 6$$

$$\therefore a > -6$$

6. x 가 자연수이고, 부등식 $4 + 8x < a + 5x$ 의 해의 개수가 5개일 때, 상수 a 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$4 + 8x < a + 5x$ 를 정리하면 $3x < a - 4$

$$\therefore x < \frac{a-4}{3}$$

자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 5개이므로 $5 <$

$$\frac{a-4}{3} \leq 6 \text{이 되어야 한다.}$$

$$15 < a - 4 \leq 18$$

$$19 < a \leq 22$$

따라서 상수 a 의 최댓값은 22이다.

7. $0 < x < 2, 3 < y < 6$ 일 때, $\frac{y-2}{x+1}$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3} < \frac{y-2}{x+1} < 4$

해설

$$1 < x+1 < 3, \frac{1}{3} < \frac{1}{x+1} < 1,$$

$$1 < y-2 < 4$$

$$\therefore \frac{1}{3} < \frac{y-2}{x+1} < 4$$

8. $-3 \leq x < 1$ 일 때, $5 - 2x$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 < 5 - 2x \leq 11$

해설

$-3 \leq x < 1$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-2 < -2x \leq 6$, 각각의 변에 5 를 더하면 $3 < 5 - 2x \leq 11$ 이다.

9. $2 < a < 7$, $-3 < b < 4$ 이고 $A = \frac{5}{a} - b$ 일 때, A 값의 범위 중 최솟값을 구하여라.
(단, A 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2 < a < 7$ 에서 $\frac{1}{7} < \frac{1}{a} < \frac{1}{2}$ 이므로

각 변에 5를 곱하면 $\frac{5}{7} < \frac{5}{a} < \frac{5}{2}$

$-3 < b < 4$ 에서 각 변에 -1 을 곱하면

$3 > -b > -4$ 이므로 $-4 < -b < 3$

두 식을 더하면

$-\frac{23}{7} < \frac{5}{a} - b < \frac{11}{2}$ 이므로 $-\frac{23}{7} < A < \frac{11}{2}$

즉, A 값의 범위 중 최소 정수의 값은 -3 이다.

10. $a > 3$, $b < 2$ 일 때, $3a - 2b$ 의 값의 범위에 해당하는 수는?

① -1

② 0

③ 3

④ 5

⑤ 13

해설

$a > 3$ 의 양변에 3 을 곱하면 $3a > 9$

$b < 2$ 의 양변에 -2 를 곱하면 $-2b > -4$

두 식을 더하면 $3a - 2b > 5$ 이므로

범위에 해당하는 수는 13 뿐이다.

11. 두 수 x, y 의 값의 범위가 $-4 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 6$ 일 때, $2x^2 - y^2$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-36 \leq 2x^2 - y^2 \leq 32$

해설

$$0 \leq x^2 \leq 16, 0 \leq 2x^2 \leq 32$$

$$0 \leq y^2 \leq 36, -36 \leq -y^2 \leq 0$$

$$\therefore -36 \leq 2x^2 - y^2 \leq 32$$

12. $-1 < \frac{3x}{4} < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$ 일 때, $6x - 5y$ 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-33 < 6x - 5y < -6$

해설

$-1 < \frac{3x}{4} < \frac{1}{2}$ 에서

$-\frac{4}{3} < x < \frac{2}{3}$, $-8 < 6x < 4 \cdots \textcircled{\text{A}}$

$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$ 에서

$2 < y \leq 5$, $-25 \leq -5y < -10 \cdots \textcircled{\text{B}}$

$\textcircled{\text{A}} + \textcircled{\text{B}}$ 을 하면 $-33 < 6x - 5y < -6$

13. 다음 수직선은 어느 부등식의 해를 나타낸 것이다. 다음 중 이 부등식이 될 수 없는 것을 알맞게 고른 것은?



- ㉠. $x + 1 \geq 0$
- ㉡. $2x + 3 \leq 1$
- ㉢. $x - 5 \geq 6$
- ㉣. $2(x + 1) \geq 0$
- ㉤. $3x - 4 < 2$

- ① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉡. $x \leq -1$
- ㉢. $x \geq 11$
- ㉤. $x < 2$

14. 다음 수직선은 어느 부등식의 해를 나타낸 것이다. 다음 중 이 부등식이 될 수 없는 것은?

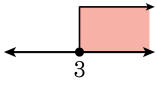
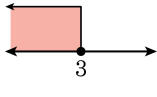
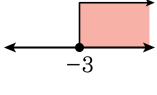
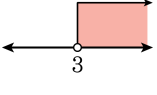
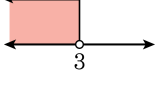


- ① $2(x+1) \geq 8$ ② $x-3 \geq 0$ ③ $2-3x \geq -7$
④ $x \geq 3$ ⑤ $-\frac{1}{2}x+4 \leq 2.5$

해설

① $x \geq 3$, ② $x \geq 3$, ③ $3 \geq x$, ④ $x \geq 3$, ⑤ $x \geq 3$

15. $4x - 1 \geq -7 + 6x$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

해설

$$4x - 1 \geq -7 + 6x$$

$$6 \geq 2x$$

$$x \leq 3$$

16. $x \leq \frac{a-1}{2}$ 를 만족하는 가장 큰 정수가 1 일 때, a 의 값이 될 수 있는 수를 고르면?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \leq \frac{a-1}{2} < 2$$

$$2 \leq a-1 < 4$$

$$3 \leq a < 5$$

17. $3x-2>5$ 일 때, x^2-1 , $\frac{x-1}{x+1}$, $\frac{x+2}{x-1}$, $(x+1)^2$ 중 가장 큰 것과 가장 작은 것의 곱을 간단히 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : x^2-1

해설

$3x-2>5$ 에서 $3x>7$, $x>\frac{7}{3}$ $\left(2\frac{1}{3}\right)$

$x=3$ 을 각각의 식에 대입하여 식의 값을 구하면

$$x^2-1=9-1=8$$

$$\frac{x-1}{x+1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{x+2}{x-1}=\frac{5}{2}$$

$$(x+1)^2=4^2=16$$

따라서 가장 큰 것은 $(x+1)^2$, 가장 작은 것은 $\frac{x-1}{x+1}$ 이므로 곱은

$$(x+1)^2 \times \frac{x-1}{x+1} = (x+1)(x-1) = x^2-1 \text{ 이다.}$$

18. $\frac{1}{2}x - 5y = 0$ 이고, $-4 < 3x - 1 < 5$ 일 때, xy 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $0 \leq xy < \frac{2}{5}$

해설

$-4 < 3x - 1 < 5$ 에서 $-3 < 3x < 6$, $-1 < x < 2$

$\frac{1}{2}x - 5y = 0$ 에서 $5y = \frac{1}{2}x$, $y = \frac{1}{10}x$

따라서 $-\frac{1}{10} < y < \frac{1}{5}$

한편, $5y = \frac{1}{2}x$ 이므로

$x \geq 0$, $y \geq 0$ 또는 $x < 0$, $y < 0$

xy 의 최솟값은 $x = 0$, $y = 0$ 일 때, $xy = 0$

xy 의 최댓값은 $x = 2$, $y = \frac{1}{5}$ 일 때, $xy = \frac{2}{5}$

이 때, $x < 2$ 이고, $y < \frac{1}{5}$ 이므로 $xy < \frac{2}{5}$

$\therefore 0 \leq xy < \frac{2}{5}$

19. $x : y = 2 : 3$ 이고, $1 < 2x + 3 < 9$ 일 때, $(x - 1) \left(\frac{y}{2} - \frac{1}{2} \right)$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{4} < (x - 1) \left(\frac{y}{2} - \frac{1}{2} \right) < \frac{17}{2}$

해설

$1 < 2x + 3 < 9$, $-1 < x < 3$ 이고

$x : y = 2 : 3$ 에서 $3x - 2y = 0$, $y = \frac{3}{2}x$,

따라서 $-\frac{3}{2} < y < \frac{9}{2}$ 이다.

$-\frac{5}{2} < x + y < \frac{15}{2}$, $-\frac{13}{2} < -(x + y) + 1 < \frac{7}{2} \cdots \textcircled{1}$

한편, $3x = 2y$ 이므로

$x \geq 0, y \geq 0$ 또는 $x < 0, y < 0$

xy 의 최솟값은 $x = 0$ 또는 $y = 0$ 일 때, $xy = 0$

xy 의 최댓값은 $x = 3$ 이고 $y = \frac{9}{2}$ 일 때, $xy = \frac{27}{2}$

이때, $x < 3$ 이고 $y < \frac{9}{2}$ 이므로 $xy < \frac{27}{2}$

따라서 $0 \leq xy < \frac{27}{2} \cdots \textcircled{2}$

$(x - 1) \left(\frac{y}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \{ xy - (x + y) + 1 \}$ 이므로

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의해서 $-\frac{13}{2} < xy - (x + y) + 1 < 17$

$\therefore -\frac{13}{4} < (x - 1) \left(\frac{y}{2} - \frac{1}{2} \right) < \frac{17}{2}$

20. x 가 $-2 \leq x \leq 4$ 인 정수일 때, $2x - \frac{3}{2} > 0$ 을 참이 되게 하는 x 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 이고

$2x - \frac{3}{2} > 0$ 에 대입했을 때 참이 되는 x 값은 1, 2, 3, 4이다.

따라서 4개이다.

21. 다음 중 방정식 $2x - 3(x - 4) = 8$ 을 만족하는 x 의 값을 해로 갖는 부등식은?

① $2x - 4 < 4$

② $4(x + 1) - 3 \leq 2(x + 4)$

③ $3x + 5 > 5x + 3$

④ $2x + 3(x - 4) < 2(x + 1)$

⑤ $-2x + 5 \geq 0$

해설

방정식 $2x - 3(x - 4) = 8$ 을 풀면

$$2x - 3x + 12 = 8, x = 4$$

$x = 4$ 를 각 부등식에 대입하여 참이 되는 것을 찾는다.

① $2 \times 4 - 4 = 4 < 4$ (거짓)

② $4 \times (4 + 1) - 3 = 17 \leq 2 \times (4 + 4) = 16$ (거짓)

③ $3 \times 4 + 5 = 17 > 5 \times 4 + 3 = 23$ (거짓)

④ $2 \times 4 + 3 \times (4 - 4) = 8 < 2 \times (4 + 1) = 10$ (참)

⑤ $-2 \times 4 + 5 = -3 \geq 0$ (거짓)

22. 다음 중 방정식 $4x - 2(x - 5) = 6$ 을 만족하는 x 의 값을 해로 갖는 부등식은?

① $x - 2 > 4$

② $3(x + 1) \geq 2(x + 2)$

③ $2x - 5 > 4x + 2$

④ $x + 2(x - 3) > 2(x - 1)$

⑤ $-2x - 4 \geq 0$

해설

방정식 $4x - 2(x - 5) = 6$ 을 풀면 $x = -2$ 이므로
 $x = -2$ 를 대입하여 성립하는 부등식을 찾는다.
⑤ $-2 \times (-2) - 4 = 0 \geq 0$ 이므로 부등식은 성립한다.

23. $ax < 2x - 15$ 의 해가 $x > 6$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$ax < 2x - 15, ax - 2x < -15$$

$(a - 2)x < -15$ 의 해가 $x > 6$ 로 부등호의 방향이 바뀌었으므로

$$a - 2 < 0 \quad \therefore a < 2$$

$(a - 2)x < -15$ 의 양변을 $a - 2$ 로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$x > \frac{-15}{a - 2}$ 이고, 이 해가 $x > 6$ 이므로

$$\frac{-15}{a - 2} = 6, 6a - 12 = -15$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

24. x 에 관한 일차부등식 $-5x \geq b - 3ax$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 일 때, $2a + 2b$

의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$

해설

$(-5 + 3a)x \geq b$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 로 부등호 방향이 바뀌지 않았

으므로

$$-5 + 3a > 0$$

$$\therefore a > \frac{5}{3}$$

부등식의 양변을 $-5 + 3a$ 로 나누면

$$x \geq \frac{b}{-5 + 3a} \text{ 이고, 이 해가 } x \geq -\frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{b}{-5 + 3a} = -\frac{1}{3}$$

$$-3b = 3a - 5, 3a + 3b = 5 \text{ 이므로 } a + b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 2b = \frac{10}{3}$$

25. $(a + b)x + 2a - 3b < 0$ 의 해가 $x > -\frac{3}{4}$ 일 때, $(a - 2b)x + 3a - b < 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -8$

해설

$$(a + b)x + 2a - 3b < 0 \text{ 에서 } x > \frac{-2a + 3b}{a + b} \quad (\because a + b < 0)$$

$$\frac{-2a + 3b}{a + b} = -\frac{3}{4}, \quad -4(-2a + 3b) = 3(a + b), \quad a = 3b$$

$$(a - 2b)x + 3a - b < 0 \text{ 에서 } (3b - 2b)x + 9b - b < 0, \quad bx < -8b \\ b < 0 \text{ 이므로 } x > -8 \text{ 이다.}$$