1. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO}=\overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

[가정] $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{PO}=\overline{QO}$
[증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
$\angle POA=\angle QOC$, $\overline{AO}=\boxed{}$,
$\angle PAO=\angle QOC$
$\therefore$ $\triangle APO \equiv \triangle CQO$(ASA합동),
$\therefore$ $\overline{PO}=\overline{QO}$

① $\overline{PO}$ ② $\overline{AP}$ ③ $\overline{DO}$ ④ $\overline{BO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설
평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO}=\overline{OC}$이다.

2. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 마름모, 정사각형

② 평행사변형, 마름모

③ 직사각형, 마름모, 정사각형

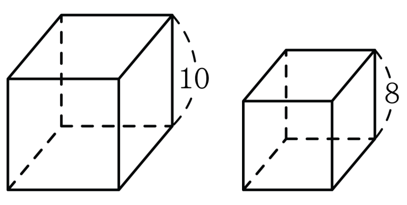
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

⑤ 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

3. 다음 그림의 두 정육면체가 서로 닮은 도형일 때, 두 정육면체의 닮음비는?

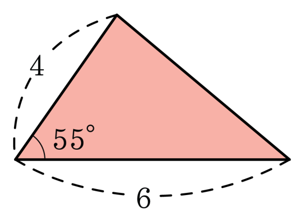


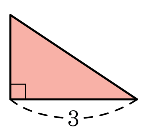
① 4 : 1 ② 10 : 3 ③ 5 : 4 ④ 4 : 5 ⑤ 1 : 1

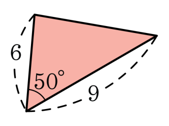
해설

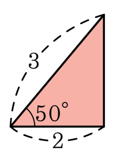
두 입체도형의 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비와 같으므로 $10 : 8 = 5 : 4$ 이다.

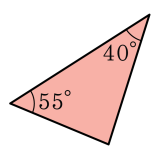
4. 다음 주어진 삼각형과 닮은 삼각형을 알맞게 짝지은 것은?

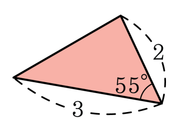


① 

② 

③ 

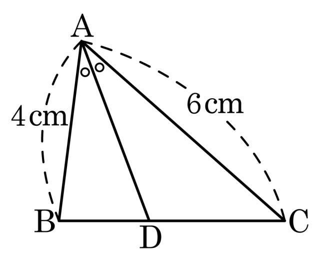
④ 

⑤ 

해설

⑤는 SAS 닮음이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\triangle ABD$ 의 넓이는 $12cm^2$ 이다. $\triangle ACD$ 의 넓이는?

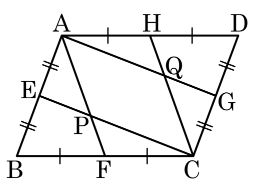


① $18cm^2$ ② $20cm^2$ ③ $21cm^2$
④ $24cm^2$ ⑤ $27cm^2$

해설

$4 : 6 = 12 : \triangle ACD$
$\therefore \triangle ACD = 18cm^2$

6. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 P , $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE} = \overline{EB}$, $\overline{AD}//\overline{CB}$

② $\overline{AF} = \overline{CH}$, $\overline{AH}//\overline{FC}$

③ $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AQ} = \overline{PC}$

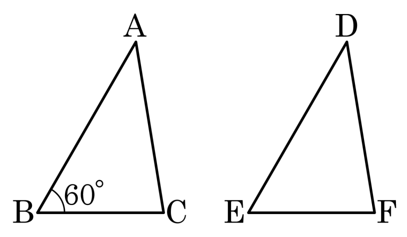
④ $\overline{AP}//\overline{QC}$, $\overline{AQ}//\overline{PC}$

⑤ $\overline{AP} = \overline{QC}$, $\overline{AQ} = \overline{PC}$

해설

$\overline{AE}//\overline{CG}$, $\overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로
□AECG 는 평행사변형
$\therefore \overline{AG}//\overline{EC}$, 즉 $\overline{AQ}//\overline{PC} \cdots$ ①
$\overline{AH}//\overline{FC}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이므로
□AFCH 는 평행사변형
$\therefore \overline{AF}//\overline{CH}$, 즉 $\overline{AP}//\overline{QC} \cdots$ ②
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 일 때, $\angle D + \angle F$ 의 크기는?

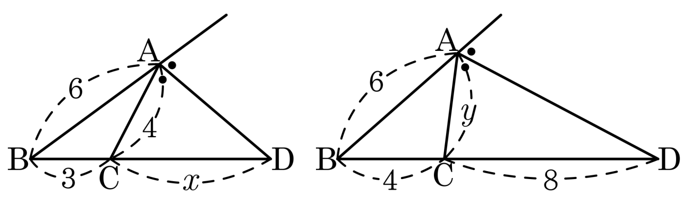


① 60° ② 90° ③ 100° ④ 110° ⑤ 120°

해설

두 삼각형이 닮음이므로 대응각인 $\angle B = \angle E$ 이다.
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle D + \angle E + \angle F = 180°$
$\therefore \angle D + \angle F = 180° - 60° = 120°$

8. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, $x+y$ 의 값은?



① 4　② 6　③ 10　④ 14　⑤ 20

해설

$6 : 4 = (x+3) : x$

$6x = 4x + 12$

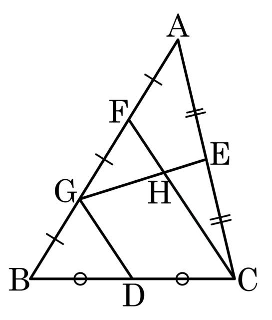
$\therefore x = 6$

$6 : y = 12 : 8$

$\therefore y = 4$

따라서 $x + y = 6 + 4 = 10$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 가 주어졌을 때, 길이의 비가 다른 하나를 고르면?

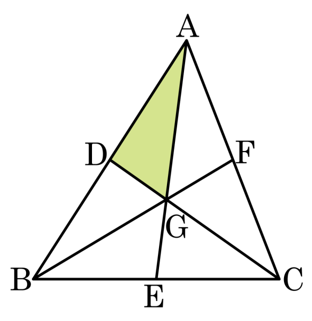


① $\overline{AF} : \overline{FG}$　② $\overline{GF} : \overline{GB}$　③ $\overline{GH} : \overline{HE}$
④ $\overline{AE} : \overline{EC}$　⑤ $\overline{BD} : \overline{DC}$

해설

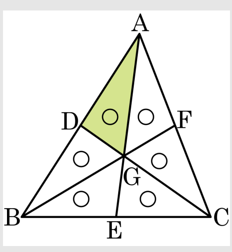
③ $\triangle AGC$ 에서 점 H 는 무게중심이므로 $\overline{GH} : \overline{HE} = 2 : 1$ 이다.
①, ②, ④, ⑤는 모두 길이의 비가 $1 : 1$ 이다.

10. 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\triangle ABC = 48cm^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $8cm^2$ ② $16cm^2$ ③ $20cm^2$
④ $24cm^2$ ⑤ $30cm^2$

해설



그림에서와 같이 6개의 삼각형의 넓이는 모두 같으므로 $\triangle ADG = \frac{1}{6}\triangle ABC = 8(cm^2)$

11. 다음 중 옳은 것은?

① 모든 직사각형은 정사각형이다.

② 모든 마름모는 정사각형이다.

③ 모든 평행사변형은 마름모이다.

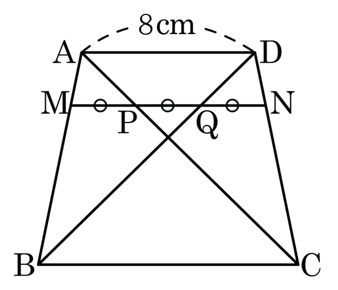
④ 모든 사다리꼴은 평행사변형이다.

⑤ 모든 정사각형은 사다리꼴이다.

해설

모든 정사각형은 직사각형 (또는 마름모 또는 평행사변형 또는 사다리꼴) 이다.
모든 직사각형은 평행사변형 (또는 사다리꼴) 이다.
모든 마름모는 평행사변형 (또는 사다리꼴) 이다.
모든 평행사변형은 사다리꼴이다.

12. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AM} : \overline{MB} = \overline{DN} : \overline{NC} = 1 : 3$ 이다.
$\overline{MP} = \overline{PQ} = \overline{QN}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

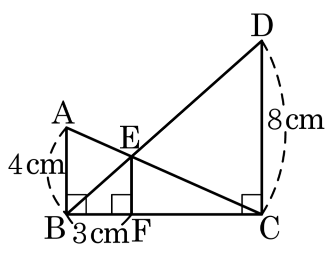


① 9cm ② 12cm ③ 15cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

$\overline{AM} : \overline{MB} = \overline{DN} : \overline{NC} = 1 : 3$ 에서 $3 : 4 = \overline{MQ} : 8$ 이다.
따라서 $\overline{MQ} = 6$ 이다.
$\overline{MQ} = 2\overline{MP}$ 이므로 $\overline{MP} = 3\text{cm}$ 이다.
$1 : 4 = 3 : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 12$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{CD}$ 이고 $\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BF} = 3cm$, $\overline{CD} = 8cm$, $\angle DCF = 90°$ 라 할 때, $\square EFCD$ 의 넓이는?



① $20cm^2$　　② $24cm^2$　　③ $32cm^2$

④ $36cm^2$　　⑤ $40cm^2$

해설

$\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{AE} : \overline{CE} = 1 : 2$ 이다.

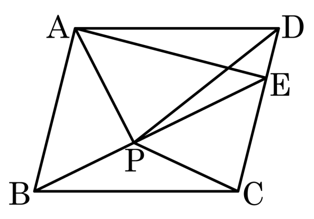
i) $\overline{BE} : \overline{DE} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{EF} : \overline{CD} = 1 : 3$ 이다.

따라서 $\overline{EF} : 8 = 1 : 3$ 이므로 $\overline{EF} = \frac{8}{3}$ cm이다.

ii) $1 : 2 = 3 : \overline{CF}$, $\overline{CF} = 6(cm)$

$\therefore\ \square EFCD = \frac{1}{2} \times 6 \times \left(8 + \frac{8}{3}\right) = 3 \times \frac{32}{3} = 32(cm^2)$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 이고, $\triangle DPC = 100cm^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① $30cm^2$　② $40cm^2$　③ $60cm^2$

④ $70cm^2$　⑤ $75cm^2$

해설

평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때,

$\triangle ABP + \triangle DPC = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉠

또한, $\overline{CD}$ 위의 한 점 E 를 잡을 때,

$\triangle ABE = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle ABP + \triangle DPC = \triangle ABE$ 이고,

$\triangle ABE = \triangle ABP + \triangle APE$ 이므로

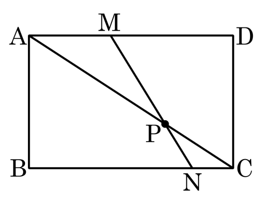
$\triangle APE = \triangle DPC = 100(cm^2)$

$\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 에서 $\triangle ABP : \triangle APE = 3 : 4$ 이므로

$\triangle ABP : 100 = 3 : 4$

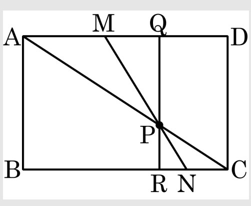
$\therefore\ \triangle ABP = 75(cm^2)$

15. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 를 2 : 3으로 나누는 점을 M, $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 4 : 1로 나누는 점을 N , $\overline{\mathrm{MN}}$ 과 $\overline{\mathrm{AC}}$ 와의 교점을 P 라고 한다. △PNC 의 넓이는 □ABCD 의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{30}$ 배　② $\frac{1}{31}$ 배　③ $\frac{1}{32}$ 배
④ $\frac{1}{33}$ 배　⑤ $\frac{1}{34}$ 배

해설



$\overline{\mathrm{BN}} : \overline{\mathrm{NC}} = 4:1,\ \overline{\mathrm{NC}} = \frac{1}{5}\overline{\mathrm{BC}}$

점 P를 지나고 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 평행한 직선이 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 만나는 점을 Q, R라고 하면 $\triangle\mathrm{APM} \backsim \triangle\mathrm{CPN}$

$\overline{\mathrm{AM}} : \overline{\mathrm{CN}} = \overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{CP}}$

$\triangle\mathrm{APQ} \backsim \triangle\mathrm{CPR}$

$\overline{\mathrm{PQ}} : \overline{\mathrm{PR}} = \overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{CP}}$

$\overline{\mathrm{AM}} : \overline{\mathrm{CN}} = \overline{\mathrm{PQ}} : \overline{\mathrm{PR}} = 2:1\ ,\ \overline{\mathrm{PR}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{AB}}$

$\triangle\mathrm{PNC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{30}\square\mathrm{ABCD}$