

1. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

2. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 은?

① -9

② -2

③ 0

④ 5

⑤ 13

해설

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 4 = 5$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + 2 - a = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 a 의 범위를 구하면?

① $a < 1$

② $a \geq 1$

③ $-1 < a < 1$

④ $a > 1$

⑤ $a \geq -1$

해설

$x^2 + 2x + 2 - a = 0$ 이
서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는
판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 1 - (2 - a) > 0$$

$$1 - 2 + a > 0$$

$$\therefore a > 1$$

5. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + b - 3 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b 의 값은?

- ① $a = 1, b = 2$ ② $a = 0, b = 3$ ③ $a = -1, b = 2$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 판별식이 0이다.

$$D' = (k-a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, \quad a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$

6. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

7. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$$a=2, b'=-2, c=3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

8. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에 대한 설명으로 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는? (단, a, b, c, p, q 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- ㉠ 판별식은 $b^2 - 4ac$ 이다.
- ㉡ 두 근의 합은 $\frac{b}{a}$ 이다.
- ㉢ $a < 0, c < 0$ 이면 허근만 갖는다.
- ㉣ $a > 0, c < 0$ 이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㉤ 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이다.
- ㉥ 한 근이 $p + qi$ 이면 다른 한 근은 $q - pi$ 이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 실계수 방정식에서만 판별식을 사용할 수 있다. 현재 a, b, c 가 실수이므로 판별식 사용 가능 (참)
- ㉡ 두근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이다. (거짓)
- ㉢ $b^2 - 4ac$ 에서 $ac > 0$ 이다.
하지만 $b^2 < 4ac$ 인 경우만 허근을 가짐 (거짓)
- ㉣ 판별식 $b^2 - 4ac$ 에서 $ac < 0$ 이므로 $b^2 - 4ac > 0$ (참)
- ㉤ 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이다. (참)
- ㉥ 실계수 방정식에서 한 근이 $p + qi$ 이면 $p - qi$ 가 또 다른 한 근이다.(거짓)

9. 이차방정식 $x^2 - 5x - m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 4배일 때, 상수 m 의 값은?

- ① -1
- ② -2
- ③ -3
- ④ -4
- ⑤ -5

해설

주어진 식의 한 근이 다른 한 근의 4배이므로

두 근을 $\alpha, 4\alpha(\alpha \neq 0)$ 로 놓으면

$\alpha + 4\alpha = 5 \cdots \cdots \text{㉠}$

$\alpha \cdot 4\alpha = -m \cdots \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡에서 $\alpha = 1, m = -4$

해설

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2+mx+6=0$ 의 두 근 a, b 에 대하여 $|a-b|=1$ 이 성립할 때, $\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}$ 의 값은? (단, $m<0$)

① $-1-\sqrt{2}$

② $2+\sqrt{3}$

③ $2-\sqrt{3}$

④ $1+\sqrt{2}$

⑤ $-2+\sqrt{5}$

해설

$$x^2+mx+6=0 \text{의 두 근이 } a, b$$

$$a+b=-m, ab=6$$

$$|a-b|=1$$

$$|a-b|^2=(a+b)^2-4ab$$

$$=m^2-24=1$$

$$m^2=25 \therefore m=-5(\because m<0)$$

$$x^2-5x+6=0$$

$$(x-3)(x-2)=0$$

$$a=3, b=2$$

$$\therefore \sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$$

11. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 실수 m 의 값은?

① $\pm 2\sqrt{2}$

② $\pm 2\sqrt{3}$

③ $\pm 2\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{6}$

⑤ $\pm 2\sqrt{7}$

해설

두 근을 α , $\alpha + 2$ 라고 하면,
근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + (\alpha + 2) = m \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\alpha(\alpha + 2) = 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 에서 $\alpha^2 + 2\alpha - 4 = 0$
 $\therefore \alpha = -1 \pm \sqrt{5}$
이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $m = 2(-1 \pm \sqrt{5}) + 2 = \pm 2\sqrt{5}$

12. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 7 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 상수 a 의 값이 아닌 것은?

- ① -7
- ② -3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

해설

이차방정식의 두 근을 α, β ($\alpha \leq \beta$)라 하면
근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a \cdots \cdots$ ①
 $\alpha\beta = -a - 7 \cdots \cdots$ ②
② - ①에서 $\alpha\beta - (\alpha + \beta) = -7$
 $\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -6$, $(\alpha - 1)(\beta - 1) = -6$
 α, β 가 정수이므로 $\alpha - 1, \beta - 1$ 은 -6 의 약수이다.
 $\therefore (\alpha - 1, \beta - 1) = (-6, 1), (-3, 2), (-2, 3), (-1, 6)$
 $\therefore (\alpha, \beta) = (-5, 2), (-2, 3), (-1, 4), (0, 7)$
 $a = -\alpha - \beta$ 이므로
이 때, $a = 3, -1, -3, -7$

13. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a+b)x^2 + 2cx + a-b$ 는 x 의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 정삼각형

② $a = b$ 인 이등변삼각형

③ $b = c$ 인 이등변삼각형

④ a 가 빗변인 직각삼각형

⑤ c 가 빗변인 직각삼각형

14. 이차방정식 $x^2 - (p + 4)x + q - 2 = 0$ 의 두 근의 차가 2가 되는 q 의 최솟값은 ?

- ① 5
- ② 4
- ③ 3
- ④ 2
- ⑤ 1

해설

15. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 두 수 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2 - bx + 4 = 0$ 이다. 이 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10</