1. ${}_n P_n = 24$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

${}_n P_n = n!$
 $24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ 이므로
 $n = 4$

2. ${}_8P_r = 336$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$336 = 8 \times 7 \times 6 \text{ 에서}$$

$$r = 3$$

3. 4명의 학생이 일렬로 놓인 4개의 의자에 앉는 방법의 수는?

- ① 6 ② 12 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

$${}_4P_4 = 4! = 24$$

4. n 명의 학생에게 n 장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 120이다. n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

n 명의 학생에게 n 장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 ${}_n P_n = n!$
 $n! = 120$
 $\therefore n = 5$

5. 5명의 학생 중 3명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수를 a , 5명의 학생을 일렬로 세우는 방법의 수를 b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 3

해설

5명 중 3명을 뽑아 일렬로 배열: ${}_5P_3 = 60$

5명을 일렬로 배열: $5! = 120$

$a = 60, b = 120 \therefore \frac{b}{a} = 2$

6. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4 개의 숫자를 사용하여 만든 네 자리의 자연수의 개수는?

① 5 ② 10 ③ 20 ④ 60 ⑤ 120

해설

네 자리 자연수는 수의 배열에서 순서에 따라 다른 수가 되므로 5 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하는 순열의 수이므로 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ (가지)

7. $\frac{{}_n P_3}{{}_{n+2} P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_n P_3}{{}_{n+2} P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \text{ 을 풀면}$$

$$7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$(7n-2)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7$$

${}_n P_3$ 에서 n 은 3 이상의 자연수이므로

$$\therefore n = 7$$

8. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_nP_4$ ③ ${}_nC_4$ ④ ${}_nP_5$ ⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

9. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_n P_3$
 ${}_n P_3 = n(n-1)(n-2) = 120$
 $120 = 6 \times 5 \times 4$ 이므로 $n = 6$

10. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정한 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 7!

② $7! \times 2!$

③ $6! \times 2!$

④ 6!

⑤ $5! \times 2!$

해설

특정한 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 6!,
묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2!이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

11. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

- ① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
 $4! \times 3! = 144$

12. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5의 배수하려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

13. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

- ① 86가지 ② 98가지 ③ 132가지
④ 162가지 ⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162 \text{가지}$$

14. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록 서는 경우의 수는?

- ① 720 ② 960 ③ 1280 ④ 1440 ⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3 자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5P_3 = 1440$$

15. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144 ② 288 ③ 864 ④ 1526 ⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 $4!$ (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 $3!$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는

$${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880 \text{ (가지)}$$

16. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

- ① 12개 ② 16개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 30개

해설

23□□의 개수 : 2개

24□□의 개수 : 2개

3□□□의 개수 : 6개

4□□□의 개수 : 6개

∴ $2 + 2 + 6 + 6 = 16$ (개)

17. 그림과 같은 직사각형의 틀에 숫자 1, 1, 2, 3을 제 1행의 각 칸에 1개씩 나열하고 제 2행에도 숫자 1, 1, 2, 3을 각 칸에 1개씩 나열할 때, 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 경우의 수는?

1행				
2행				

- ① 15 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

숫자 1, 1, 2, 3을 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 방법의 수는 (1 2), (1 3), (2 1), (3 1)을 일렬로 나열하는 방법의 수와 일치하므로 $4! = 24$

18. something의 9개의 문자를 일렬로 나열할 때, e와 i 사이에 3개의 문자가 들어 있는 경우의 수는?

① 8400

② 16800

③ 33600

④ 50400

⑤ 144000

해설

3 개의 문자를 선택하여 배열하는 경우의 수 : ${}_7P_3$

e와 i 를 배열하는 방법의 수 : 2

e 와 i 그리고 3 개의 문자를 하나로 보고 나머지 문자와 같이 배열하는 방법의 수 : 5!

${}_7P_3 \times 2 \times 5! = 50400$

19. 철수네 분단의 학생을 일렬로 세우려고 한다. 철수, 규철, 영희 세 학생 중에서는 철수가 가장 앞에 서고, 영희가 가장 뒤에 선다고 한다. 이 때, 경우의 수가 120일 때 철수네 분단의 학생들의 수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

전체를 줄세운 다음 철수, 규철, 영희 세 사람 사이에 순서를 바꾸어 줄서는 경우를 나누어 주면 된다. 철수네 분단의 학생의 수를 n 이라 하면

$$\frac{n!}{3!} = 120,$$

$$n! = 120 \times 3! = (6 \times 5 \times 4) \times (3 \times 2 \times 1) = 6!$$

$$\therefore n = 6$$

20. 세 자리의 정수 중 0이 반드시 포함된 세 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

- ① 150 ② 171 ③ 180 ④ 187 ⑤ 210

해설

0이 반드시 포함된 경우라는 것은 0이 적어도 하나 포함된 경우로 해석이 가능하므로 여사건을 이용한다.
세 자리 정수이므로 백의 자리에 가능한 수는 9가지, 십의 자리 수는 10가지, 일의 자리 수는 10가지 이므로 총 900가지
여기에서 여사건인 0이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼면 된다.
이것은 세 자리 수 모두 1에서 9 사이의 수로 구성된 경우이다.
 $\therefore 900 - 9^3 = 900 - 729 = 171$