

1. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x-5+i\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2x-5, b = 1$$

$$\therefore a+b = 2x-4$$

2. $z = \frac{1+3i}{1-i}$ 일 때, 다음 중 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 와 같은 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\frac{1+3i}{1+i}$
④ $\frac{1-i}{1+3i}$

② $\frac{1-3i}{1+i}$
⑤ $\frac{1+i}{1-3i}$

③ $\frac{1-3i}{1-i}$

해설

$$\overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)} = \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_1} \text{ 이므로}$$

$$\bar{z} = \overline{\left(\frac{1+3i}{1-i}\right)} = \frac{\overline{1+3i}}{\overline{1-i}} = \frac{1-3i}{1+i}$$

3. $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$ 를 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $\frac{6}{5}$ ② 2 ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2-i)^2 + (2+i)^2}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

4. 제곱해서 $5 - 12i$ 가 되는 복소수는?

① $\pm(2 + 3i)$

② $\pm(2 - 3i)$

③ $\pm(3 - 2i)$

④ $\pm(3 + 3i)$

⑤ $\pm(3 + 3i)$

해설

구하려는 복소수를 $a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ 에서

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에 a^2 을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서 $a^2 = 9$ 또는 $a^2 = -4$ 이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데 a 는 실수이므로 $a = \pm 3$ 이고, $b = \mp 2$ 이다.

따라서 구하는 복소수는 $\pm(3 - 2i)$ 이다.

5. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

6. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
④ II, IV ⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
 $\therefore$ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
 $\therefore$ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
 $\therefore$ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
 $\therefore$ 옳다.

7. 복소수 α, β 에 대하여 연산 $*$ 를 $\alpha * \beta = (\alpha + \beta) - \alpha\beta$ 라 하자. $z = \frac{5}{-2-i}$ 일 때, $z * \bar{z}$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ -9 ④ 9 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} z &= -2 + i, \bar{z} = -2 - i \\ z * \bar{z} &= (z + \bar{z}) - z\bar{z} \\ &= -4 - 5 \\ &= -9 \end{aligned}$$

8. 실수 a, b, c, d 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}$ 을 만족할 때,
다음 중 옳은 것은? (단, $ab \neq 0, cd \neq 0$)

① $ab < 0$

② $ad > 0$

③ $bc > 0$

④ $bd < 0$

⑤ $cd > 0$

해설

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}, (a < 0, b < 0)$$

$$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}, (c > 0, d < 0)$$

① $ab > 0$

② $ad > 0$

③ $bc < 0$

④ $bd > 0$

⑤ $cd < 0$

9. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은?
- ① 원 ② 아래로 볼록한 포물선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 기울기가 음인 직선
⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2-3i)z &= (2-3i)(a+bi) \\ &= (2a+3b) + (2b-3a)i \\ \therefore 2b-3a &= 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}\end{aligned}$$