

1. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -12$

▷ 정답: $x = 2$

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

2. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = -4$ 를 가질 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 8$

▷ 정답 : $b = 16$

해설

$x = -4$ 를 중근으로 가지므로

$$(x + 4)^2 = 0, x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$\therefore a = 8, b = 16$$

4. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

중근을 가지기 위해서는 (완전제곱식) = 0 이 되어야 한다.

$3(x-1)^2 = p$ 에서 좌변이 완전제곱이므로 $p = 0$ 임을 쉽게 알 수 있다.

해설

$3(x-1)^2 = p$ 을 전개하여 정리하면

$$3x^2 - 6x + 3 - p = 0$$

$$D/4 = 9 - 3(3 - p) = 0 \quad \therefore p = 0$$

5. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

6. 다음 중에서 $x = 0$ 과 $x = 2$ 를 모두 해로 가지는 이차방정식은?

① $x(x + 2) = 0$

② $x(x - 2) = 0$

③ $(x - 1)(x + 2) = 0$

④ $(x - 2)^2 = 0$

⑤ $x^2 = 0$

해설

$x = 0$ 과 $x = 2$ 를 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ②뿐이다.

7. 다음 중 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 2 = 0$ 또는 $x + 6 = 0$

② $x + 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

③ $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

④ $x + 3 = 0$ 또는 $x - 4 = 0$

⑤ $x + 3 = 0$ 또는 $x + 4 = 0$

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 6 = 0$$

8. 두 이차방정식 $x^2 - 3x + a = 0$, $x^2 - 5x - b = 0$ 의 공통인 근이 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 4

② -6

③ -8

④ 8

⑤ -4

해설

2는 두 이차방정식의 공통인 근이므로 각각의 이차방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 3 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$2^2 - 5 \times 2 - b = 0$$

$$\therefore b = -6 \therefore a - b = 2 - (-6) = 8$$

9. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

10. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

11. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 중근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$

② $m^2 + 4n > 0$

③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$

⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

12. 다음 중 두 근의 합과 두 근의 곱이 같은 것은?

① $x^2 - 4 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2x - 2 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $x^2 - 4x + 2 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 각각 구해보면

① 두 근의 합 = 0, 곱 = -4

② 두 근의 합 = 2, 곱 = -2

③ 두 근의 합 = -2, 곱 = -2

④ 두 근의 합 = -2, 곱 = -4

⑤ 두 근의 합 = 4, 곱 = 2

13. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$

② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$

③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$

④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$

⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

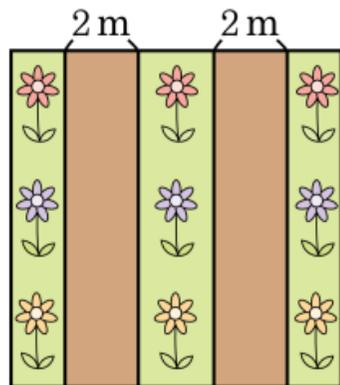
$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 2m 가 되는 길을 2개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45 m^2 였다. 처음 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 6m ③ 7m
 ④ 8m ⑤ 9m

해설

정사각형의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = (x - 4)x$$

$$(x - 4)x = 45$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

15. 이차방정식 $ax^2 - 2x - 5 = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - a(-5)}}{a} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 5a}}{a} = \frac{1 \pm \sqrt{b}}{5}\end{aligned}$$

$$a = 5, 1 + 5a = 1 + 25 = 26 = b$$

$$\therefore a + b = 5 + 26 = 31$$

16. $(x-y)(x-y-3) - 18 = 0$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$(x-y)(x-y-3) - 18 = 0,$$

$x-y = A$ 로 치환하면

$$A(A-3) - 18 = 0,$$

$$A^2 - 3A - 18 = 0,$$

$$(A-6)(A+3) = 0,$$

$A = 6$ 또는 $A = -3$ 이다.

$x > y$ 이므로 $x-y = 6$ 이다.

17. 이차방정식 $3x^2 + ax + 6b = 0$ 의 해가 $x = 2\sqrt{3} + 3$ 일 때, 다른 해를 $x = c$ 라 하자. 이때, $ab - c$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① $8 + 4\sqrt{2}$

② $16 + 2\sqrt{3}$

③ $16 + 3\sqrt{3}$

④ $24 + 2\sqrt{3}$

⑤ $24 + 3\sqrt{2}$

해설

근과 계수의 관계에서 $c = -2\sqrt{3} + 3$

$$-\frac{a}{3} = (2\sqrt{3} + 3) + (-2\sqrt{3} + 3) = 6, a = -18$$

$$\frac{6b}{3} = (2\sqrt{3} + 3) \times (-2\sqrt{3} + 3) = -3, b = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore ab - c = (-18) \times \left(-\frac{3}{2}\right) - (-2\sqrt{3} + 3)$$

$$= 27 + 2\sqrt{3} - 3$$

$$= 24 + 2\sqrt{3}$$

18. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 해가 $-\frac{1}{2}, 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 두 근의 곱은 $\frac{1}{a}$

$$-\frac{b}{a} = \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \therefore a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -2 + 1 = -1$$

19. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, 5$ 일 때, $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{15}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $-a = -3 + 5$, $a = -2$

$$b = -3 \times 5 = -15$$

$ax^2 + bx + 5 = 0$ 에 $a = -2$, $b = -15$ 대입하면

$$-2x^2 - 15x + 5 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-15)}{-2} = -\frac{15}{2}$ 이다.

21. 이차방정식 $(x + 5)(m - x) = n$ 이 중근 $x = -3$ 을 가질 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x^2 + (5 - m)x - 5m + n = 0$ 과 $(x + 3)^2 = 0$ 에서

$(x + 3)^2 = 0$ 을 전개한 후, x 의 계수와 상수항을 비교해 보면

$$5 - m = 6, \quad m = -1$$

$$-5m + n = 9, \quad n = 4$$

$$\therefore m + n = 3$$

22. $x(x - 3) = 0$ 을 $(ax + b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

① $\frac{27}{8}$

② $-\frac{27}{8}$

③ $\frac{-25}{8}$

④ $\frac{25}{8}$

⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$x(x - 3) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$a = 1, b = -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4}$$

$$\therefore abq = -\frac{27}{8}$$

23. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m^3 + n^3$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$m + n = 2, mn = -2$$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 8$$

$$\begin{aligned} m^3 + n^3 &= (m + n)(m^2 + n^2) - mn(m + n) \\ &= 2 \times 8 - (-2 \times 2) = 20 \end{aligned}$$

24. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned}2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12\end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

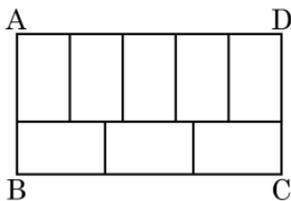
$10k = 2a$ 이므로

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

25. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 8개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 480cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 92 cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{480}{8} = 60 (\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{5}{3}x$ 이다.

$$\frac{5}{3}x \times x = 60, x^2 = 36, x = 6 (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 5x, \overline{AB} = \frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(5x + \frac{8}{3}x\right) \times 2 = \frac{46}{3}x = 92 (\text{cm})$ 이다.