

1. $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=a$ 이다. a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ -1

⑤ -2

해설

$$y = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

따라서 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로

$$a=3$$

2. 함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x+2)-2}{x+2} = \frac{-2}{x+2} + 1$ 에서

$a = -2$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a+b = -2+1 = -1$

3. 함수 $y = \frac{bx-3}{x-a}$ 의 정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,
 $a = 4$, $b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

4. 유리함수 $y = \frac{ax-b}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $y = \frac{3x-1}{x+c}$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax-b}{x-2} \Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{(a+2)x+3a-b+2} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a = 1, b = 6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

5. 함수 $y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 1 만큼
평행이동시켰더니 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을
구하면?

① 8 ② 6 ③ 1 ④ -6 ⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{(bx+c)}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3,
 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 것은 반대로
 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼,
 y 축의 방향으로 -1 만큼 이동시킨것과 같다.
 $y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$
따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로
 $\therefore abc = 6$

6. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

㉠ $y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

7. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ 의 점근선의 방정식을 구하면 $x = a$, $y = b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 2$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x+1}{2x-1} \\ &= \frac{3\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

따라서 점근선의 방정식은 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \quad a + b = 2$$

8. 곡선 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 곡선 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이고, 곡선 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선은 $x = a$, $y = b$ 이다. $m + n + a + b$ 의 값은?

① 6 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$$y = \frac{6}{x} \text{ 의 그래프를}$$

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

$$\text{따라서 } m = 3, n = 1$$

$$\text{또, } y = \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

$$\text{점근선은 } x = -1, y = 3 \quad a = -1, b = 3$$

따라서 구하는 합은 6

9. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

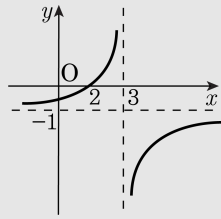
$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3$, $y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



10. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$
그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고
 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

11. $f(t) = \frac{t}{1-t}$ (단, $t \neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y = f(x)$ 일 때, $x = \square$ 로 나타낼 수 있다. $\square$ 안에 알맞은 것은?

- ① $-f(y)$ ② $-f(-y)$ ③ $f(-y)$
 ④ $f\left(\frac{1}{y}\right)$ ⑤ $f(y)$

해설

$$y = f(x) = \frac{x}{1-x} \text{ 에서}$$

$$y - xy = x, \quad x(1+y) = y$$

$$\therefore x = \frac{y}{1+y} = \frac{-y}{1-(-y)} = -f(-y)$$

12. 유리함수 $f(x) = \frac{ax}{3x+2}$ 와 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

역함수의 식은 $x = \frac{ay}{3y+2}$

$$3xy + 2x = ay$$

$$\therefore y = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3x-a}$$

모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{ax}{3x+2} = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore a = -2$$

13. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

14. 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 3$ ($k \neq 0$) 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $k > 0$ 이면 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.
- ㉡ $k < 0$ 이면 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
- ㉢ $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

점근선은 $x = 1, y = 3$ 이다.
㉠, ㉢ : $0 < k \leq 3$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
 $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.
㉡ : $k < 0$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
 $\therefore$ ㉡, ㉢ 이 참.

15. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,

점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, \quad q = 2, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

16. 다음 중 함수 $y = \frac{3x}{x-3}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

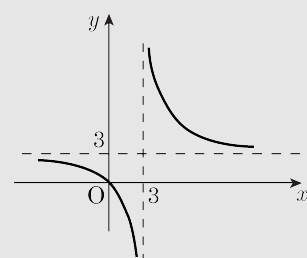
- ① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{3x}{x-3}$$

$$y = \frac{3(x-3) + 9}{x-3}$$

$$y = \frac{9}{x-3} + 3$$



따라서 제3사분면을 지나지 않는다.

17. 다음 중 함수 $y = \frac{2x+8}{x+3}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

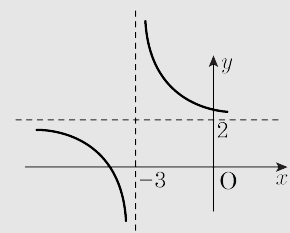
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{2x + 8}{x + 3}$$

$$y = \frac{2(x+3) + 2}{x+3}$$

$$y = \frac{2}{x+3} + 2$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다.

18. 함수 $y = \frac{-2x}{x+3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = -3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = -2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{6}{x} - 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축, y 축을 모두 지난다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{6}{x+3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{-2x}{x+3} = \frac{-2(x+3)+6}{x+3} = \frac{6}{x+3} - 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = -3$, $y = -2$ 이고

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼,

y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ③이다.

19. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+2}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $y = \frac{-1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 , y 축으로 2 만큼
평행이동한 그래프이다.
- ㉡ 점근선의 식은 $x = -2$, $y = 2$ 이다.
- ㉢ 두 직선 $y = -x + 1$, $y = x + 5$ 에 대해 대칭인 곡선이다.

- ① ㉢
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{3x-1}{x+2} = \frac{-7}{x+2} + 3$

㉠ 이 분수함수는 $y = \frac{-7}{x}$ 을 x 축으로 -2 ,
 y 축으로 3 만큼 평행이동 시킨 것이다.

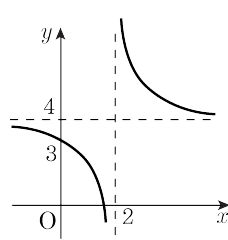
㉡ 점근선은 $x = -2$, $y = 3$ 이다.

㉢ 대칭되는 직선은 기울기가 ± 1 이고 $(-2, 3)$ 을
지나는 직선이다.

$\Rightarrow y = -x + 1, y = x + 5$

20. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2



해설

$$y = 4 + \frac{k}{x-2}, (k \neq 0) \text{가 점 } (0, 3) \text{을 지나므로}$$

$$3 = 4 + \frac{k}{0-2}, \quad k = 2$$

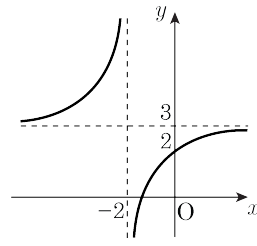
$$\text{따라서 } y = 4 + \frac{2}{x-2} = \frac{4x-6}{x-2}$$

$$\therefore a = 4, b = -6, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

21. 다음 그림과 같이 주어진 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 점근선이 $x = -2, y = 3$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -9 ② -7 ③ -5
 ④ 7 ⑤ 9



해설

점근선이 $x = -2, y = 3$ 이므로 $y = 3 + \frac{k}{x+2}, (k \neq 0)$

점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2 = 3 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 3 + \frac{-2}{x+2} = \frac{3x+4}{x+2}$$

$$\therefore a = 3, b = 4, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

22. $x^2 - x - 6 \geq 0$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x-2}$ 의
최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다.

이때, $M + m$ 의 값을 구하면?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서

$$(x+2)(x-3) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3$$

$$y = \frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)+4}{x-2}$$

$$= \frac{4}{x-2} + 1$$

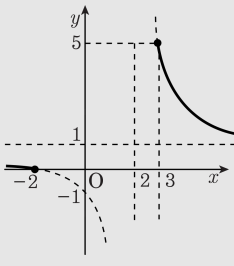
즉, $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 에서

$y = \frac{x+2}{x-2}$ 의 그래프는 다음 그림과

같으므로 $x = -2$ 일 때, 최솟값 0,

$x = 3$ 일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.



23. 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 이고, 점 $(0, 5)$ 를 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-6 \leq x \leq -4$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = \frac{k}{x+2} + 3, (k \neq 0)$$

$$5 = \frac{k}{0+2} + 3 \quad \therefore k = 4$$

$$f(x) = \frac{4}{x+2} + 3$$

$$x = -6 \text{ 일 때, } M = \frac{4}{-6+2} + 3 = 2$$

$$x = -4 \text{ 일 때, } m = \frac{4}{-4+2} + 3 = 1$$

$$\therefore Mm = 2 \times 1 = 2$$

24. 다음과 같은 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 일때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

$$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{|x-1|}{x} \right\}$$

$$B = \left\{ (x, y) \mid y = ax \right\}$$

- ① $a < 0$ ② $a > 0$ ③ $0 < a < 1$
 ④ $0 \leq a \leq 1$ ⑤ $a < 0, a > 1$

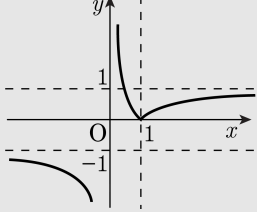
해설

$$y = \frac{|x-1|}{x} \text{에서}$$

$x \geq 1$ 일 때,

$$y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$$

$$x < 1 \text{일 때, } y = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$



$A \cap B = \emptyset$ 이려면 위의 곡선과 원점을 지나는 직선 $y = ax$ 가 만나지 않아야 하므로,
 위쪽 그림에서 직선은 제 2, 4사분면에만 존재해야 한다.
 따라서 구하는 a 의 값의 범위는 $a < 0$

25. 분수함수 $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$ 에 대하여 $f(x) + g(x) = 1$ 을 만족하는

$g(x)$ 는?

- ① $x+2$ ② $x+1$ ③ $\frac{1}{x+2}$ ④ $\frac{1}{x+1}$ ⑤ $\frac{1}{x}$

해설

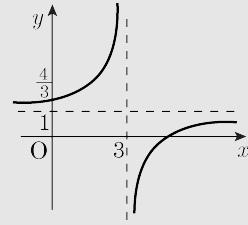
$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}} \\ &= \frac{1}{\frac{1+x+1}{1+x}} \\ &= \frac{x+1}{x+2} \\ &= 1 - \frac{1}{x+2} \\ \therefore g(x) &= 1 - f(x) \\ &= 1 - \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) \\ &= \frac{1}{x+2} \end{aligned}$$

26. 분수함수 $y = \frac{x-4}{x-3}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\left\{y \mid -\frac{4}{3} < y < 1\right\}$
- ② $\left\{y \mid \frac{4}{3} \leq y < -1\right\}$
- ③ $-1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
- ④ $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
- ⑤ $-\frac{4}{3} \leq y \leq 1$ 을 제외한 실수 전체

해설

$$y = \frac{x-4}{x-3} = \frac{x-3-1}{x-3} = 1 + \frac{-1}{x-3}$$



$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ 이므로,

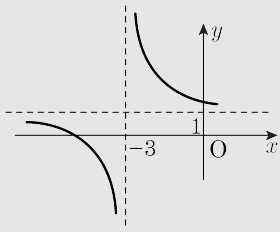
치역은 $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체

27. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



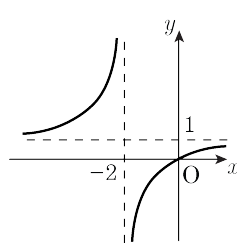
따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$x = 0$ 일 때 $y = \frac{6}{3} = 2$, $\therefore b = 2$

$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$

28. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$y = 1 + \frac{k}{x+2}$, ($k \neq 0$)가 점 (0, 0)을 지나므로

$$0 = 1 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 1 + \frac{-2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

29. $0 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = \frac{2x-4}{x-4}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-4} = \frac{4}{x-4} + 2$$

$$x = 0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{4}{0-4} + 2 = 1$$

$$x = 2 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{4}{2-4} + 2 = 0$$

$$\therefore Mm = 1 \times 0 = 0$$

30. $-5 \leq x < -1$ 에서 $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a 의 최솟값은?

- ① -2
- ② $-\frac{7}{5}$
- ③ -1
- ④ $-\frac{4}{5}$
- ⑤ $-\frac{2}{5}$

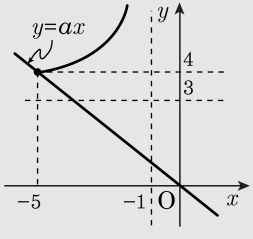
해설

$-5 \leq x < -1$ 에서 직선 $y = ax$ 가

함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 있어야 한다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x-1}{x+1} \\ &= \frac{3(x+1)-4}{x+1} \\ &= \frac{-4}{x+1} + 3 \end{aligned}$$

$y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같



고,

$x = -5$ 일 때 $y = 4$ 이므로 점 $(-5, 4)$ 를 지난다.

직선 $y = ax$ 가 점 $(-5, 4)$ 를 지날 때,

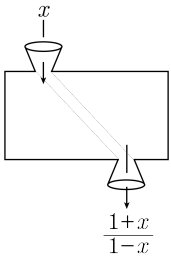
$$4 = -5a \text{에서 } a = -\frac{4}{5} \text{이다.}$$

따라서 $-5 \leq x < -1$ 에서 $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 성립하려면

$$a \geq -\frac{4}{5} \text{이어야 하므로}$$

a 의 최솟값은 $-\frac{4}{5}$ 이다.

31. 다음 그림과 같이 x 를 넣으면 $\frac{1+x}{1-x}$ 가 나오는 상자
가 있다. 이 상자에 x_1 을 넣었을 때, 나오는 것을 x_2 ,
 x_2 를 다시 넣었을 때 나오는 것을 x_3 라 한다. 이와
같이 계속하여 x_n 을 넣었을 때 나오는 것을 x_{n+1}
이라 한다. $x_1 = -\frac{1}{2}$ 일 때, x_{2000} 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x_1 = -\frac{1}{2} \text{ 이면}$$

$$x_2 = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$x_3 = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2,$$

$$x_4 = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3,$$

$$x_5 = \frac{1 + (-3)}{1 - (-3)} = -\frac{1}{2}, x_6 = \frac{1}{3}, \dots$$

그러므로 $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ 일 때

$$x_{4k+1} = -\frac{1}{2}, x_{4k+2} = \frac{1}{3}, x_{4k+3} = 2, x_{4k+4} = -3$$

따라서, $2000 = 4 \times 499 + 4$ 이므로

$$x_{2000} = x_4 = -3$$

32. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$
- ㉡ $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$
- ㉢ $f^{-1}(x) = f(x)$ (단 f^{-1} 는 f 의 역함수)

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1}$
 $= \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$

㉡ $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1} = \frac{1+x}{1-x} \neq f(x)$

㉢ $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1} = f(x)$

따라서 ㉠, ㉢

33. 유리함수 $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 그래프와 $y = a$ 의 그래프의 교점이 2개가 되게 하는 a 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 1$ ② $a > 1$ ③ $0 < a < 1$
 ④ $-1 < a < 0$ ⑤ $-1 < a < 1$

해설

$y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 그래프를
 그려보면

$\therefore y = a$ 와 교점이 두 개가 되려면 $-1 < a < 0$

