

1. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$ 이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

2. 곡선 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 곡선 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이고, 곡선 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선은 $x = a$, $y = b$ 이다. $m + n + a + b$ 의 값은?

① 6 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$$y = \frac{6}{x} \text{ 의 그래프를}$$

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

$$\text{따라서 } m = 3, n = 1$$

$$\text{또, } y = \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

$$\text{점근선은 } x = -1, y = 3 \quad a = -1, b = 3$$

따라서 구하는 합은 6

3. $xy - 2x - 2y + 1 = 0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

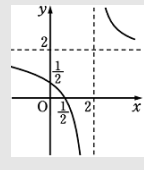
$$xy - 2x - 2y + 1 = 0$$

$$y(x - 2) = 2x - 1$$

$$y = \frac{2x - 1}{x - 2}$$

$$= 2 + \frac{3}{x - 2}$$

점근선 $x = 2, y = 2$



∴ 지나지않은 사분면은 제 3 사분면이다.

4. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,
점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, \quad q = 2, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

5. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + a$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

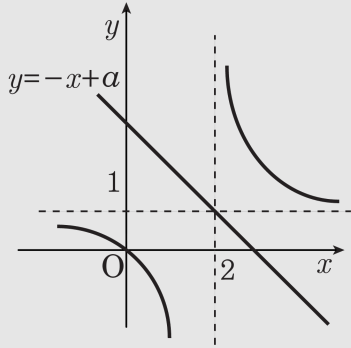
$$y = \frac{x-1}{x-2} = \frac{(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 1$$

즉, 점근선이 $x = 2$, $y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는 다음 그림과 같다.

이 그래프가 직선 $y = -x + a$ 에 대하여 대칭이 되려면 직선 $y = -x + a$ 가 두 점근선의 교점인 $(2, 1)$ 을 지나야 하므로

$$1 = -2 + a$$

$$\therefore a = 3$$



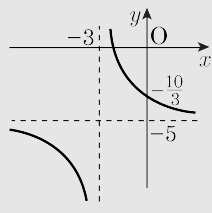
6. 다음 중 함수 $y = \frac{5}{x+3} - 5$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{5}{x+3} - 5$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{5}{0+3} - 5 = -\frac{10}{3}$$



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

7. 분수함수 $y = \frac{x-4}{x-1}$ 의 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

① $\{y \mid -2 \leq y \leq 0\}$

② $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$

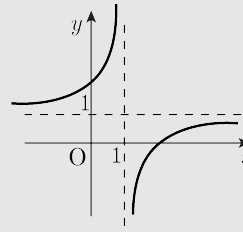
③ $\{y \mid -2 \leq y \leq 4\}$

④ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

⑤ $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

해설

$$y = \frac{x-4}{x-1} = \frac{(x-1)-3}{x-1} = 1 + \frac{-3}{x-1}$$



$$x = -2 \text{ 일 때, } y = \frac{-2-4}{-2-1} = 2 \text{ 이고,}$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } y = \frac{-4}{-1} = 4 \text{ 이므로,}$$

치역은 $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

8. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x-1}{x-2} \\ &= \frac{(x-2)+1}{x-2} \\ &= \frac{1}{x-2} + 1 \end{aligned}$$

따라서, 점근선이

$x = 2, y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는 다음과 같다.

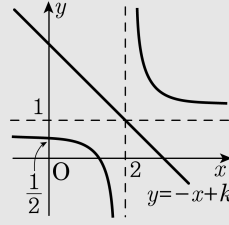
다음 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여

대칭이라면

직선이 두 점근선의 교점인 $(2, 1)$ 을 지나야 하므로

$$1 = -2 + k$$

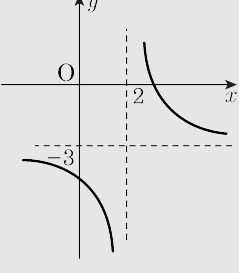
$$\therefore k = 3$$



9. 다음 중 함수 $y = \frac{-3x+8}{x-2}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① -6 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 6

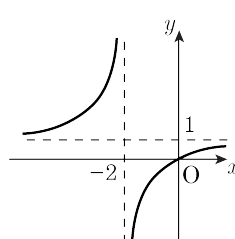
해설

$$y = \frac{-3(x-2)+2}{x-2} = -3 + \frac{2}{x-2}$$


따라서 제2사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 2$
 $x = 0$ 일 때 $y = -3 + \frac{2}{-2} = -4, \therefore b = -4$
 $\therefore a - b = 2 - (-4) = 6$

10. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$y = 1 + \frac{k}{x+2}$, ($k \neq 0$)가 점 (0, 0)을 지나므로

$$0 = 1 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 1 + \frac{-2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

11. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+5}{bx+c}$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을 지나고 점근선의 방정식이 $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{3}$ 이다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(0)$ 은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ 4 ⑤ $\frac{22}{5}$

해설

$$y = \frac{ax+5}{bx+c} \text{에서}$$

$$\text{점근선 } x = -\frac{c}{b} = \frac{1}{2}, y = \frac{a}{b} = -\frac{1}{3}$$

$(1, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{a+5}{b+c}$$

$$2c = -b, 3a = -b, c = -3$$

$$\therefore y = \frac{-2x+5}{6x-3}$$

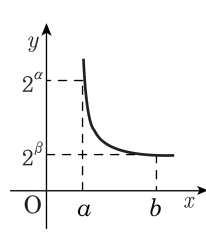
$$y^{-1} = \frac{3x+5}{6x+2}$$

$$g(x) = \frac{3x+5}{6x+2}$$

$$\therefore g(0) = \frac{5}{2}$$

12. 함수 $y = f(x) = \frac{1}{2x}$ 의 그래프가 다음 그림과 같고, $ab = 16$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2



해설

$f(x) = \frac{1}{2x}$ 의 그래프에서

$$f(a) = \frac{1}{2a} = 2^\alpha, f(b) = \frac{1}{2b} = 2^\beta$$

$f(a)$ 와 $f(b)$ 를 곱하면

$$f(a) \times f(b) = \frac{1}{2a} \times \frac{1}{2b} = 2^{\alpha+\beta}$$

$$\therefore 2^{\alpha+\beta} = \frac{1}{4ab} = \frac{1}{4 \times 16} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}$$

$$\therefore \alpha + \beta = -6$$

13. 점근선이 $x = 4$, $y = -1$ 이고, 점 $(6, 0)$ 을 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-2 \leq x \leq 2$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

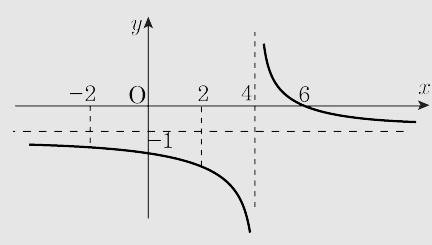
- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$y = \frac{k}{x-4} - 1, (k \neq 0)$$

$$0 = \frac{k}{6-4} - 1 \therefore k = 2$$

$$f(x) = \frac{2}{x-4} - 1$$



$$x = -2 \text{ 일 때, } M = \frac{2}{-2-4} - 1 = -\frac{4}{3}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } m = \frac{2}{2-4} - 1 = -2$$

$$\therefore Mm = -\frac{4}{3} \times (-2) = \frac{8}{3}$$

14. a, b 가 양수일 때, $2 \leq x \leq 3$ 을 만족하는 임의의 실수 x 에 대하여 $ax + 2 \leq \frac{2x-1}{x-1} \leq bx + 2$ 가 성립할 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하면?

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

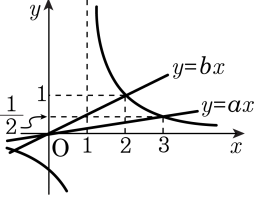
해설

$$\frac{2x-1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1} \quad (2 \leq x \leq 3) \text{ 이므로}$$

$$ax + 2 \leq 2 + \frac{1}{x-1} \leq bx + 2$$

$$ax \leq \frac{1}{x-1} \leq bx$$

$$\text{위의 그래프에 의하여 } a \leq \frac{1}{6}, b \geq \frac{1}{2}$$



15. 함수 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 에 대하여 $f(2x)$ 를 $f(x)$ 로 나타내면 ?

- ① $\frac{2f(x)}{2f(x)-1}$ ② $\frac{2f(x)}{2f(x)+1}$ ③ $\frac{2f(x)}{f(x)-1}$
 ④ $\frac{2f(x)}{f(x)+1}$ ⑤ $\frac{2f(x)}{f(x)-2}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{x-1} \text{ 에서 } x = \frac{f(x)}{f(x)-1} \\ 2x &= \frac{2f(x)}{f(x)-1} \\ f(2x) &= f\left(\frac{2f(x)}{f(x)-1}\right) = \frac{\frac{2f(x)}{f(x)-1}}{\frac{2f(x)}{f(x)-1} - 1} \\ &= \frac{2f(x)}{2f(x) - f(x) + 1} = \frac{2f(x)}{f(x) + 1} \end{aligned}$$