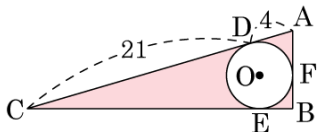


1. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $64 - \frac{9}{4}\pi$

② $72 - 4\pi$

③ $84 - 9\pi$

④ $90 - \frac{9}{4}\pi$

⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$

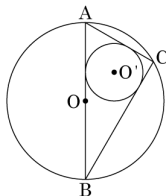
$$(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$$

$$\therefore x = 3$$

따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$

그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 15cm 이고 내접원의 지름의 길이는 4cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



① 31cm^2

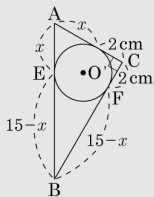
② 32cm^2

③ 33cm^2

④ 34cm^2

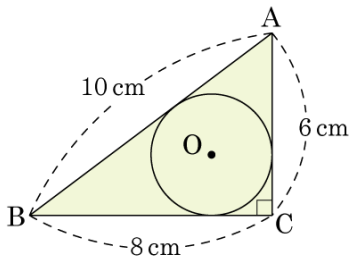
⑤ 35cm^2

해설



$$\begin{aligned}
 \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\
 &= \frac{1}{2} \times 2 \times (15 \times 2 + 2 \times 2) \\
 &= \frac{1}{2} \times 2 \times 34 \\
 &= 34(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

3. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$
 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고
 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형에 내접
 하고 있다. 내접원 O 의 반지름의
 길이는?



- ① 1cm ② $\frac{3}{2}\text{cm}$ ③ 2cm ④ $\frac{5}{2}\text{cm}$ ⑤ 3cm

해설

원 O 와 직각삼각형 ABC 의 접점을 각각 D, E, F 라고 하고,
 원의 반지름을 r 라고 하자.

□CFOE 가 정사각형이므로

$$\overline{CF} = \overline{CE} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} =$$

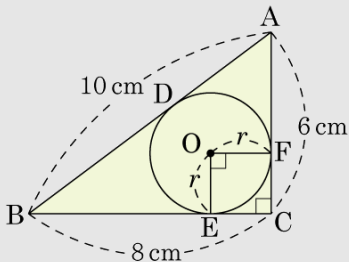
$$8 - r \text{ (cm)} , \overline{AD} = \overline{AF} =$$

$$\overline{AC} - \overline{CF} = 6 - r \text{ (cm)} , \overline{AB} =$$

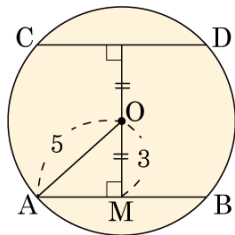
$$\overline{BD} + \overline{AD}$$

$$10 = (8 - r) + (6 - r), 2r = 4,$$

$$\therefore r = 2 \text{ (cm)}$$



4. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

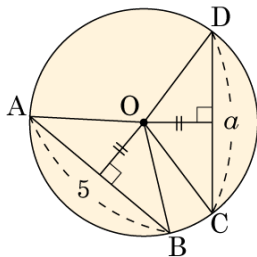
$\overline{AB} = x$ 라 하면

$$\left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 5^2 - 3^2, x^2 = 64$$

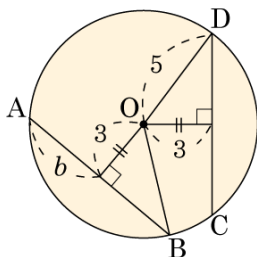
$$\therefore x = 8$$

따라서 $\overline{CD} = \overline{AB} = 8$ 이다.

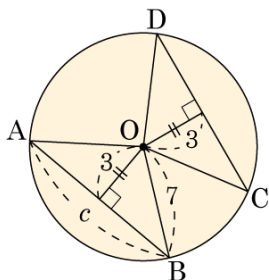
5. 다음 그림에서 a , b , c 의 길이를 순서대로 옳게 구한 것은?
(1)



(2)



(3)



① 5, 4, $4\sqrt{10}$

② 5, 3, 7

③ 5, 3, 3

④ 5, 4, 7

⑤ 5, 4, 3

해설

(1) 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

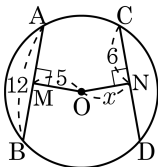
$$\therefore a = 5$$

$$(2) \overline{OA} = 5, 5^2 = b^2 + 3^2 \therefore b = 4$$

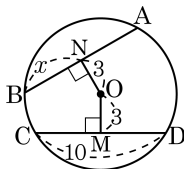
$$(3) 7^2 = \left(\frac{1}{2}c\right)^2 + 3^2 \therefore c = 4\sqrt{10}$$

6. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 5

▷ 정답 : (2) 5

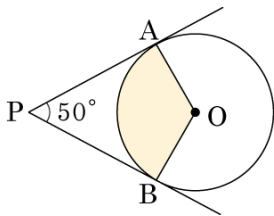
해설

$$(1) \overline{CD} = \overline{AB} = 12 \text{ 이므로 } x = \overline{OM} = 5$$

$$(2) \overline{OM} = \overline{ON} = 3 \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{CD} = 10$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \overline{AB} = 5$$

7. 다음 그림과 같이 점 P에서 반지름의 길이가 18인 원 O에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 하고, $\angle APB = 50^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 길이는?



① π

② 3π

③ 4π

④ 6π

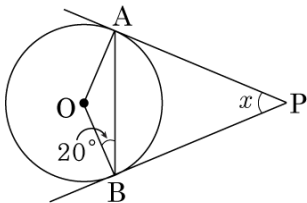
⑤ 13π

해설

$\angle AOB = 130^\circ$ 이므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 2\pi \times 18 \times \frac{130^\circ}{360^\circ} = 13\pi \text{ 이다.}$$

8. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle ABO = 20^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 40°

해설

접선의 성질의 의해 $\angle OAP = 90^\circ$ 이고,

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAP = \angle ABP = 70^\circ$$

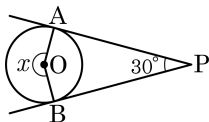
또한 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$\triangle APB$ 는 이등변삼각형

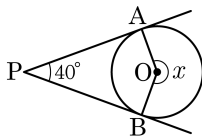
$$\therefore \angle PAB = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

9. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 210°

▷ 정답 : (2) 220°

해설

(1) $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 30^\circ) = 150^\circ$$

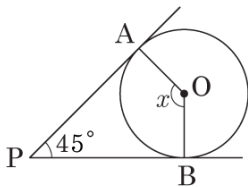
$$\therefore \angle x = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

(2) $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 40^\circ) = 140^\circ$$

$$\therefore \angle x = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$$

10. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P에서 원에 접선을 그어 그 접점을 A, B라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▶ 정답: 135 °

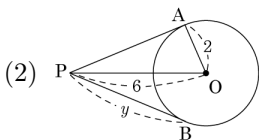
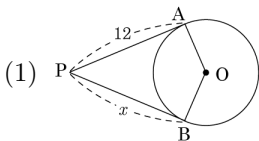
해설

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

$$\angle x = 360^\circ - 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore \angle x = 135^\circ$$

11. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 가 원 O의 접선일 때, x, y 의 길이를 순서대로 옳은 것은?



① (1) $x = 11$, (2) $y = 7$

② (1) $x = 11$, (2) $y = 8$

③ (1) $x = 12$, (2) $y = 8$

④ (1) $x = 12$, (2) $y = 4\sqrt{2}$

⑤ (1) $x = 12$, (2) $y = \sqrt{61}$

해설

(1) $x = 12$

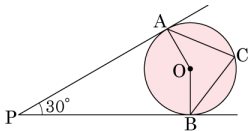
(2) $\overline{PA}^2 + \overline{OA}^2 = \overline{PO}^2$

$y^2 + 2^2 = 6^2$

$y^2 = 36 - 4 = 32$

$y = 4\sqrt{2} (\because y > 0)$

12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 30^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

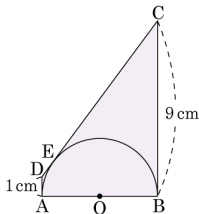
▷ 정답 : 75 °

해설

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ, \angle AOB = 150^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \times \angle AOB = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 에서 세 접선 AD, BC, CD 가 있을 때, $\overline{AD} = 1\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$ 이다. 원 O 의 지름의 길이는?



① 3 cm

② 4 cm

③ 5 cm

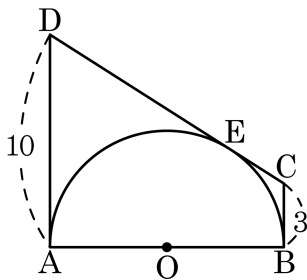
④ 6 cm

⑤ 7 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 H 라 하면
 $\overline{CH} = 8(\text{cm})$, $\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = \overline{CB} + \overline{AD} = 9 + 1 = 10(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

14. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 는 반원 O의 접선일 때, 다음을 구하여라.



(1) $\overline{DC}$ 의 길이

(2) $\overline{AB}$ 의 길이

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 13

▷ 정답 : (2) $2\sqrt{30}$

해설

$\overline{DE} = \overline{DA} = 10$, $\overline{EC} = \overline{BC} = 3$ 이므로

$\overline{DC} = 10 + 3 = 13$

점 C에서 $\overline{DA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

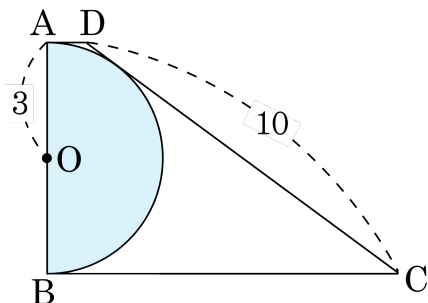
$\overline{HA} = \overline{CB} = 3$ 이므로 $\overline{DH} = 10 - 3 = 7$

직각삼각형 DHC에서

$\overline{HC} = \sqrt{13^2 - 7^2} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}$

따라서 $\overline{AB} = \overline{HC} = 2\sqrt{30}$

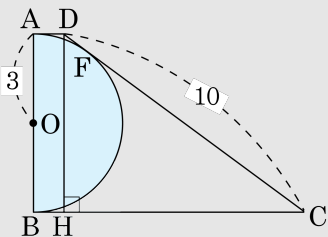
15. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반지름의 길이가 6 인 반원 O 에 접하고 $\overline{AB}$ 는 반원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 10$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



점 D 에서 내린 수선의 발을 점 H 라 하고, 반원과 접선 $\overline{CD}$ 의 교점을 점 F 라 한다.

$\triangle DHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$, $\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = \overline{AD} = \overline{DF} = x$ 이다.

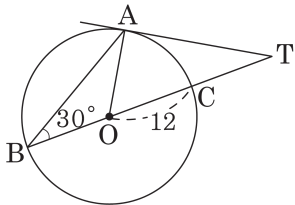
또한, $\overline{CF} = \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{DF} + \overline{CF} \Rightarrow 10 = x + (8 + x)$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} = 1 + 8 = 9$$

16. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



- ① 7 ② 9 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$\angle AOC = 60^\circ, \angle ATC = 30^\circ, \overline{OA} = 12$$

$$1 : 2 = 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24$$

$$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$$

17. 한 원의 반지름의 길이가 10 cm 이라고 한다. 이 원의 중심 O로부터 15 cm 떨어진 점 P에서 이 원에 그은 접선의 길이는?

① $2\sqrt{5}$ (cm)

② $4\sqrt{5}$ (cm)

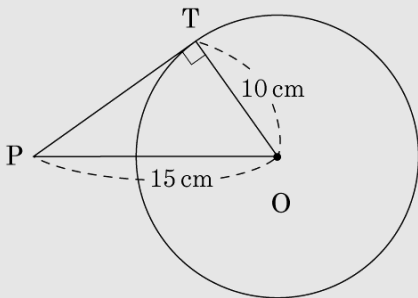
③ $5\sqrt{5}$ (cm)

④ $7\sqrt{5}$ (cm)

⑤ $9\sqrt{5}$ (cm)

해설

$\triangle OTP$ 에서 $\overline{PT} = \sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ (cm)



18. 원 O의 외부의 한 점 P에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B라 할 때, 선분 BT는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 2$, $\overline{PT} = 6$ 일 때, 원 O의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

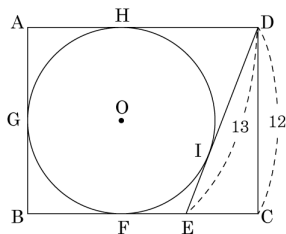
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 36 = 2 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 18$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

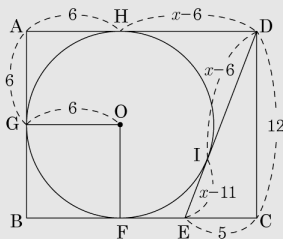
19. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DE}$ 가 원의 접선이고, $\overline{DE} = 13$, $\overline{DC} = 12$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설



$$\overline{DE} = 13 \text{ 이므로 } \overline{CE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

$\overline{AD} = x$ 라 하면

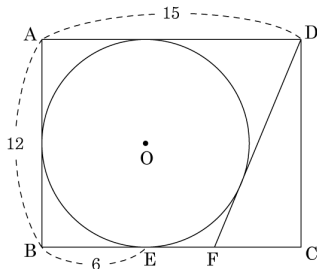
$$\overline{AG} = \overline{AH} = 6 \text{ 이므로 } \overline{DH} = \overline{DI} = x - 6$$

$$\overline{EF} = \overline{CF} - 5 = x - 6 - 5 = x - 11$$

$$\overline{ED} = x - 11 + x - 6 = 13$$

$$\therefore x = 15$$

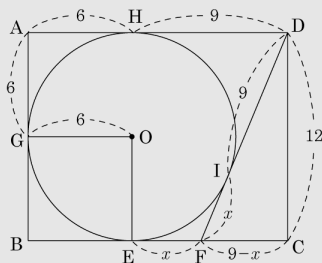
20. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{DF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설



피타고라스 정리에 의해

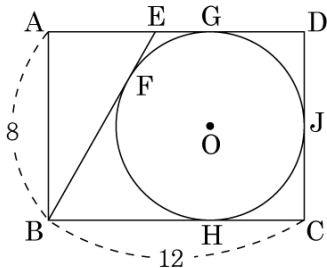
$$\overline{DF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$$

$$(x + 9)^2 = (9 - x)^2 + 12^2$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \overline{DF} = 13$$

21. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 $ABCD$ 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = 10$ 이다.