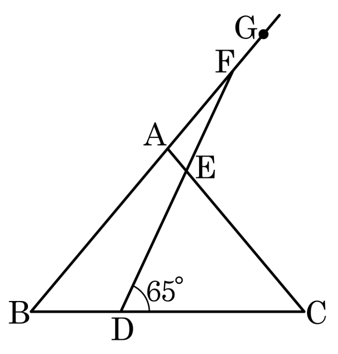
1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이다. $\angle EDC = 65°$ 일 때, $\angle EFG$ 의 크기는?



① 155° ② 158° ③ 162° ④ 165° ⑤ 168°

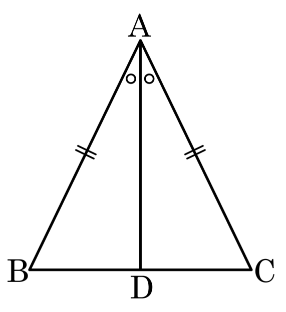
해설

$\overline{CD} = \overline{CE}$, $\angle ECD = 180° - 65° \times 2 = 50°$

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle B = \angle C = 50°$

$\therefore \angle EFG = \angle B + \angle BDE = 50° + (180° - 65°) = 165°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점 을 D라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면 ?



① $\angle B = \angle C$　　② $\overline{AD} = \overline{BC}$

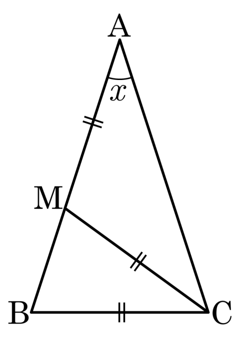
③ $\angle A = \angle B$　　④ $\overline{BD} = \overline{CD}$

⑤ $\angle ADB = \angle ADC$

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle C$
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\angle ADB = \angle ADC = 90°$

3. 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고, $x = 36°$ 일 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형

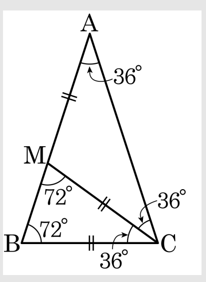
② 직각삼각형

③ $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형

④ 정삼각형

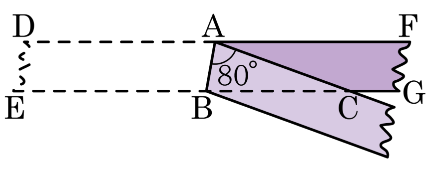
⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형

해설



$\angle B = \angle C = 72°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

4. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었다. $\angle BAC = 80°$일 때, 다음 중 각의 크기가 $\angle BAC$와 다른 것을 모두 고르면?

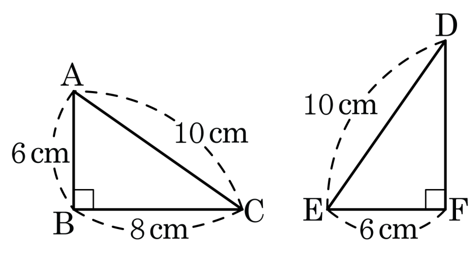


① $\angle DAB$ ② $\angle ABE$ ③ $\angle ABC$
④ $\angle ACB$ ⑤ $\angle CAF$

해설

① 종이 테이프를 접으면 $\angle BAC = \angle DAB = 80°$
② $\angle ABE = 180° - \angle ABC = 180° - 80° = 100°$
③ $\angle BAC = \angle ABC = 80°$ (엇각)
④ $\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle ACB = 180° - 80° - 80° = 20°$
⑤ $\angle CAF = \angle ACB = 20°$ (엇각)

5. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



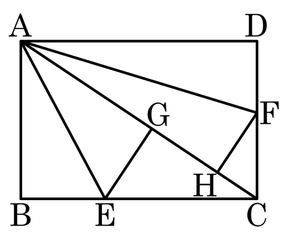
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8cm$

6. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 6 , 세로의 길이가 4 인 직사각형 ABCD 에서 선분 AE, AF 는 각각 ∠BAC, ∠CAD 의 이등분선이고, 점 E, F 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 G, H 라 한다. 이때 $\overline{GH}$ 의 길이를 구하여라.



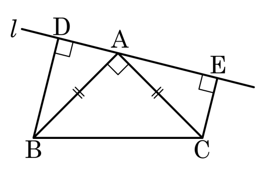
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle AGE$ (RHA 합동)
$\triangle ADF \equiv \triangle AHF$ (RHA 합동)
$\overline{AB} = \overline{AG} = 4,\ \overline{AD} = \overline{AH} = 6$
$\therefore \overline{GH} = \overline{AH} - \overline{AG} = 6 - 4 = 2$

7. 다음 그림에서 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 이 있다. B 와 C 에서 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하면, $\overline{BD} = 5$, $\overline{DE} = 8$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle AEC$ 에서

$\angle ADB = \angle AEC = 90° \cdots$ ㉠

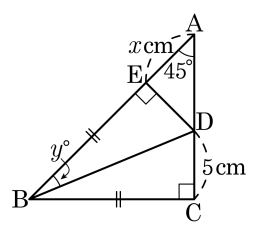
$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡

$\angle DAB = \angle ACE$ ($\because \angle DAB + \angle EAC = 90° \cdots$ ㉢)

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ 이므로

$\overline{CE}$ 의 길이는 $\overline{DE} - \overline{BD} = 3$이 성립한다.

8. 다음 $\triangle ABC$에서 x, y의 값을 차례로 나열한 것은?



① 3, 20 ② 3, 22.5 ③ 5, 20

④ 5, 22.5 ⑤ 4, 25

해설

$\triangle BED \equiv \triangle BCD$ (RHS 합동)이다.

$\angle CBE = 180° - 45° - 90° = 45°$이고,

$\angle CBD = \angle EBD = 22.5°$

$\therefore \angle y = 22.5°$

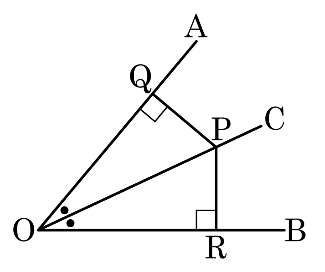
$\triangle AED$는 직각이등변삼각형이고

($\because \angle DAE = 45° = \angle ADE$)

$\overline{DC} = \overline{ED} = \overline{AE} = 5\,cm$

$\therefore\ x = 5\,cm$

9. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle POQ = \angle POR$　　② $\angle OQP = \angle ORP$

③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$　　④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점Q 와 점R 은 수선의 발을 내린 것 이므로 $\angle OQP = \angle ORP = 90°$

$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통

ii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$

iii) $\angle QOP = \angle ROP$

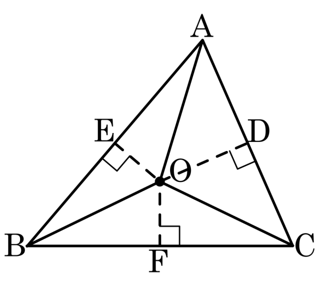
따라서 직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로

$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다.

합동인 삼각형의 두 대응변의 길이는 같다.

또, 합동인 삼각형의 두 대응각의 크기는 같다.

10. 다음 그림에서 점 O 가 삼각형 ABC 의 외심일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{OA} = \overline{OB}$ ㉡ $\overline{OE} = \overline{OF}$

㉢ $\overline{AB} = \overline{BC}$ ㉣ $\overline{AD} = \overline{CD}$

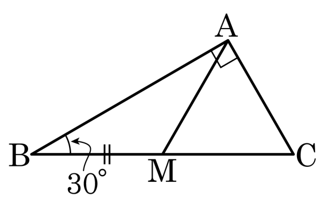
㉤ $\overline{AE} + \overline{OE} = \overline{BC}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡, ㉢, ㉤은 알 수 없다.

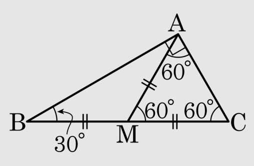
11. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{BC} = 12$일 때, $\triangle AMC$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

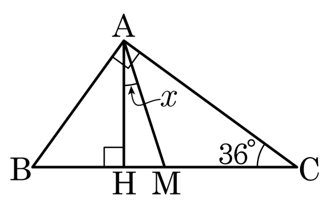
▷ 정답 : 18

해설



점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 6$
$\angle C = \angle CAM = \angle CMA = 60°$이므로
$\triangle AMC$의 둘레는 18이다.

12. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15°　② 18°　③ 20°　④ 22°　⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36^\circ \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 이다.

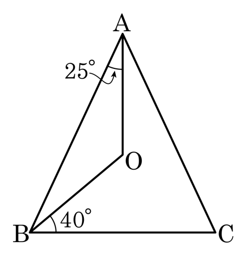
$\angle BAH = 180^\circ - \angle ABC - 90^\circ = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ \cdots$ ㉡

$\angle A = 90^\circ$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$

따라서 $x = 18^\circ$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 25°$, $\angle OBC = 40°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$

④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면

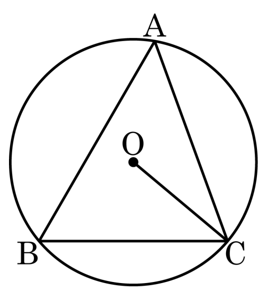
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로

$25° + 40° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 25°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$

$\therefore\ \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65°$

14. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?

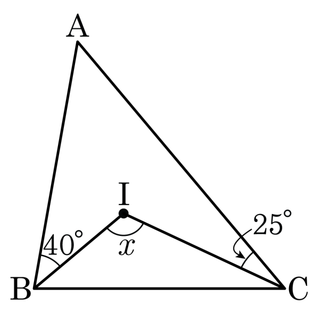


① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,
$\angle BOC = 100°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 50°$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

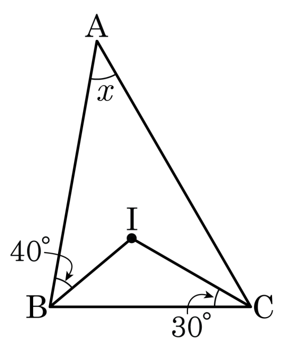


① $110°$ ② $115°$ ③ $120°$ ④ $125°$ ⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

16. $\triangle$ABC 에서 점 I 가 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

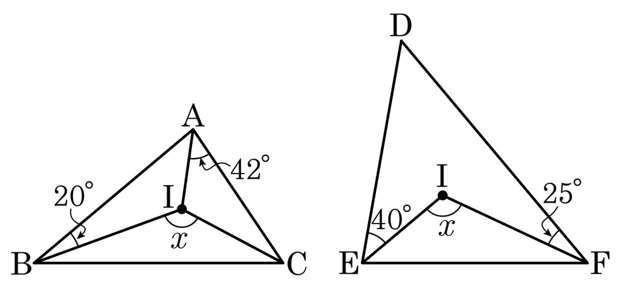


① $20\,°$ ② $25\,°$ ③ $30\,°$ ④ $40\,°$ ⑤ $50\,°$

해설

$\angle x = 180\,° - (40\,° + 30\,°) \times 2 = 40\,°$

17. 다음 그림에서 점 I가 각각의 삼각형에서 세 내각의 이등분선의 교점일 때, 두 $\angle x$의 값의 합을 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: 247°

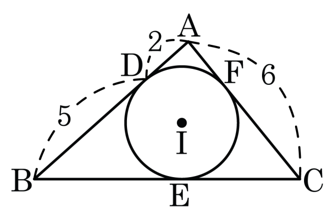
해설

i) $\angle x = 90° + 42°$ $\therefore \angle x = 132°$

ii) $\angle x + 40° + 25° = 180°$ $\therefore \angle x = 115°$

$\therefore$ $132° + 115° = 247°$

18. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle$ABC 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

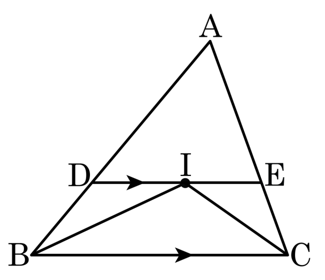


① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm
④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로
$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.
$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. 점 I를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

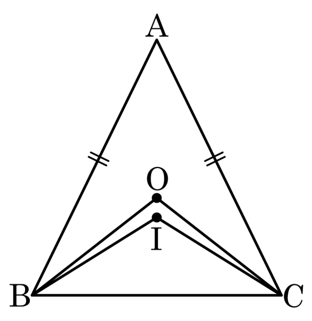


① $\overline{EC} = \overline{EI}$　　② $\angle EIC = \angle ECI$　　③ $\angle DBI = \angle DIB$
④ $\angle IBC = \angle EIC$　　⑤ $\overline{DB} = \overline{DI}$

해설

$\angle DBI = \angle CBI = \angle DIB$이므로 $\triangle DBI$는 $\overline{DB} = \overline{DI}$인 이등변삼각형이다.
또, $\angle ECI = \angle BCI = \angle EIC$이므로 $\triangle EIC$는 $\overline{EC} = \overline{EI}$인 이등변삼각형이다.
④ $\angle IBC = \angle DIB$, $\angle EIC = \angle ICB$

20. 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 점 I 는 내심이다. $\angle BOC = 104°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : 6 $\underline{°}$

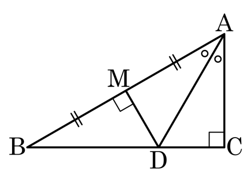
해설

$\angle BOC = 104°$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 104°) \times \frac{1}{2} = 38°$ (O 는 외심)

$\angle BAC = 104° \times \frac{1}{2} = 52°$ 이므로 $\angle ABC = (180° - 52°) \times \frac{1}{2} = 64°$ $\therefore \angle IBC = 32°$ (내심)

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 6°$

21. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D 에서 만날 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



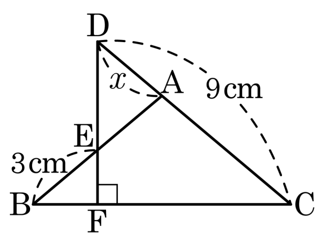
▶ 답: ____ °

▷ 정답: 30°

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle B = \angle MAD$ 이다.
$\angle B + \angle A = 90°$ 이고
$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$ 이므로
$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$ 이다.

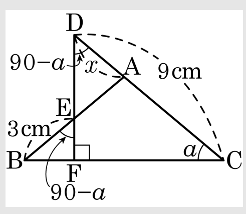
22. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

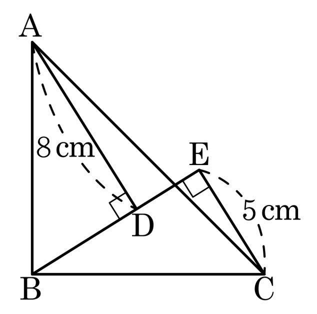
▷ 정답 : 3 cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90° - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90° - a$ 이다. 즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각)이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$, $\overline{AB} = x+3(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{AB} = 9 - x(\text{cm})$ 이므로 $x + 3 = 9 - x$, $x = 3(\text{cm})$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90°$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 3 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$\angle ADB = \angle BEC = 90°$

$\overline{AB} = \overline{BC}$

$\angle ABD = \angle BCE$

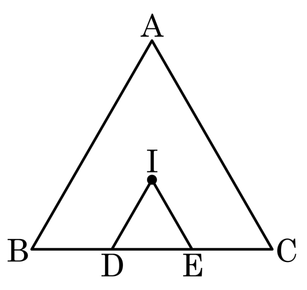
$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동)

$\overline{BD} = \overline{CE} = 5\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{AD} = 8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

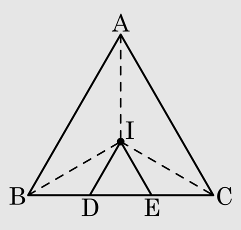
24. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, ∠DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 60 °

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30°$

따라서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DI}$, $\overline{AC} \,//\, \overline{EI}$

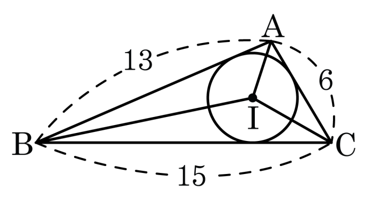
$\angle DIB = \angle ABI = 30°$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30°$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 120°$ 이므로

$\angle DIE = 120° - (30° + 30°) = 60°$ 이다.

25. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{CA} = 6$ 이다. $\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$ 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, $a,\ b,\ c$는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$(\triangle AIB$ 의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$

$(\triangle BIC$ 의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$

$(\triangle CIA$ 의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA = \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13,\ b = 15,\ c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.