

1. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$

이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

2. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

① -9

② -10

③ -11

④ -12

⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

3. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$$6 + (-4) = 2$$

4. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

공통근 : $a = 1$

5. 방정식 $(k^2 - 3)x + 1 = -k(2x - 1)$ 에 대하여 해가 무수히 많이 존재하기 위한 k 의 값을 k_1 , 해가 존재하지 않기 위한 k 의 값을 k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 3

③ -3

④ 1

⑤ -2

해설

$$(k^2 + 2k - 3)x = k - 1, \quad (k - 1)(k + 3)x = k - 1$$

$k = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ (부정)

$$\therefore k_1 = 1$$

$k = -3$ 일 때, $0 \cdot x = -4$ (불능)

$$\therefore k_2 = -3$$

$$\therefore k_1 + k_2 = -2$$

6. 방정식 $(k^2 - 6)x = k(x + 1) + 2$ 의 해가 존재하지 않을 때, k 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

x 에 대하여 정리하면

$$(k^2 - k - 6)x = k + 2$$

$$(k + 2)(k - 3)x = k + 2$$

$k = 3$ 일 때, $0 \cdot x = 5$ (불능)

7. 방정식 $a^2x + 1 = a(x + 1)$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$a^2x + 1 = a(x + 1)$ 에서 $a(a - 1)x = a - 1$

i) $a = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

ii) $a = 0$ 이면 $0 \cdot x = -1$ 이므로 해가 없다.

iii) $a \neq 0, a \neq 1$ 일 때, $x = \frac{a - 1}{a(a - 1)} = \frac{1}{a}$

따라서 해가 없을 때의 a 의 값은 0이다.

8. 방정식 $a^2 - (1+x)a + 2x - 2 = 0$ 의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 의 해는?

① -3

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$a^2 - a - ax + 2x - 2 = 0, (a-2)x = a^2 - a - 2$$

$$(a-2)x = (a-2)(a+1)$$

i) $a \neq 2$ 일 때, $x = a + 1$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

i), ii)에서 $a = 2$ 일 때이다.

따라서 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 에 $a = 2$ 를 대입하면

$$x = (x+3) \cdot 2 - 10, x = 2x - 4 \therefore x = 4$$

9. 일차방정식 $a^2x + 1 = a^4 - x$ 의 해는? (단, a 는 실수)

① a

② $a + 1$

③ $a - 1$

④ $a^2 - 1$

⑤ $a^2 + 1$

해설

$$a^2x + 1 = a^4 - x \text{ 에서 } a^2x + x = a^4 - 1$$

$$(a^2 + 1)x = (a^2 - 1)(a^2 + 1)$$

$$\therefore x = a^2 - 1 (\because a^2 + 1 > 0)$$

10. 다음 보기는 방정식 $(ax - 1)a = x - 1$ 의 해에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a = -1$ 이면 해가 없다.
㉡ $a = 1$ 이면 오직 하나의 해를 갖는다.
㉢ $a \neq \pm 1$ 이 아니면 해는 무수히 많다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$(ax - 1)a = x - 1$ 에서

$(a^2 - 1)x = a - 1$

$(a - 1)(a + 1)x = a - 1$

㉠ $a = -1$ 이면 $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다.

㉡ $a = 1$ 이면 $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

㉢ $a \neq \pm 1$ 이면 $x = \frac{1}{a + 1}$

따라서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

11. $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(3-x)^2} = x+3$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다. 이 두 실근을 α, β 라 할 때, $3\alpha\beta$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$(\text{준식}) = |x-1| + |3-x| = x+3$$

$$\text{i) } x < 1$$

$$-x+1+3-x = x+3, 3x=1$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ii) } 1 \leq x < 3$$

$$x-1+3-x = x+3,$$

$$x = -1 (\text{해가 아니다})$$

$$\text{iii) } x \geq 3$$

$$x-1-3+x = x+3, x=7$$

$$\text{두 근이 } \frac{1}{3}, 7$$

$$\therefore 3\alpha\beta = 7$$

12. $|x-2|+|x-3|=1$ 을 만족하는 실수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개이상

해설

$|x-2|+|x-3|=1$ 에서

i) $x < 2$ 일 때,

$$-(x-2)-(x-3)=1$$

$\therefore x=2$ (성립하지 않음)

ii) $2 \leq x < 3$ 일 때,

$$(x-2)-(x-3)=1$$

$\therefore 0 \cdot x = 0$ (모든 실수)

iii) $x \geq 3$ 일 때,

$$(x-2)+(x-3)=1$$

$\therefore x=3$

13. 방정식 $|x+1| + \sqrt{(x-2)^2} = x+3$ 의 근을 α, β 라 할 때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 0

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x+1) - (x-2) = x+3$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \quad (x < -1 \text{에 부적합})$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x+1 - (x-2) = x+3$$

$$\therefore x = 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x+1 + x-2 = x+3$$

$$\therefore x = 4$$

(i), (ii), (iii)에 의해 $x = 0, 4$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

14. $|1-|1-|1-x|| = x-1$ 을 만족시키는 x 의 최솟값, 최댓값을 각각 m, M 이라 할 때, $m+M$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x-1 = |1-|1-|1-x|| \geq 0$$

$$\therefore x \geq 1$$

$$x \geq 1 \text{ 이면 } |1-x| = x-1$$

$$\therefore |1-|1-x|| = |1-(x-1)| = |2-x|$$

$$1 \leq x \leq 2 \text{ 이면}$$

$$|2-x| = 2-x \text{ 이므로}$$

$$(\text{좌변}) = |1-(2-x)|$$

$$= |x-1|$$

$$= x-1 = (\text{우변})$$

$$\therefore 1 \leq x \leq 2 \text{ 인 모든 실수 } x$$

$$\therefore m=1, M=2, M+m=3$$

15. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 $\langle x \rangle$ 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + \langle x \rangle = 7$ 의 해를 구하면?

① $\frac{7}{2}$

② $3 \leq x \leq 4$

③ $3 \leq x < 4$

④ $3 < x \leq 4$

⑤ $3 < x < 4$

해설

x 가 정수 k 일 때,

$$[x] = \langle x \rangle = k$$

$k < x < k + 1$ 일 때,

$$[x] = k, \langle x \rangle = k + 1$$

따라서 $[x] + \langle x \rangle = 7$ 이고

$[x], \langle x \rangle$ 는 정수이므로

$$[x] = 3, \langle x \rangle = 4 \quad (\because [x] \leq \langle x \rangle)$$

$$\therefore 3 < x < 4$$