

1. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A = 3, B = 8$

② $A = -3, B = 8$

③ $A = 2, B = 4$

④ $A = -3, B = -8$

⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x = 4 - 5$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8, A = -3, B = 8$$

2. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

② $x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$

③ $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

④ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{2}{3}$$

양변에 $\left(-\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ 을 더하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

$$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x - 5 - k = 0$ 의 해의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$D = (-2)^2 - 4(-5 - k) = 0$$

$$6 + k = 0$$

$$\therefore k = -6$$

4. 이차방정식 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\alpha + \beta = \frac{1}{3}$

② $\alpha^2 + \beta^2 = 5$

③ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$

④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{5}{9}$

⑤ $(\alpha - \beta)^2 = \frac{3}{7}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$$

5. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

6. $2 + \sqrt{3}$ 이 $x^2 + ax + 1 = 0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서

$$-a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$\therefore a = -4$$

7. n 각형의 대각선의 수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개일 때, 대각선이 27개인 다각형은?

① 육각형

② 칠각형

③ 팔각형

④ 구각형

⑤ 십각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 27 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 54 = 0$$

$$(n-9)(n+6) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 9$$

8. 어떤 원의 반지름의 길이를 5cm 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 6배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + \sqrt{6}$

해설

$$\pi(x+5)^2 = 5\pi x^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = 5x^2$$

$$4x^2 - 10x - 25 = 0$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$x = 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)$$

9. $x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 가 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x + 9 < 2(x + 3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수 x 는 4이다.

따라서 4가 $x^2 + ax + b = 0$ 의 중근이므로

$$(x - 4)^2 = x^2 + ax + b$$

$$a = -8, b = 16$$

$$\therefore a + b = 8$$

10. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면?

① $(2x + 1)(x + 2) = 0$

② $(2x - 1)(x + 2) = 0$

③ $-(2x - 1)(x - 2) = 0$

④ $-\frac{1}{2}x(x - 2) = 0$

⑤ $2(2x + 1)(x - 2) = 0$

해설

해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 이므로

$2x + 1 = 0$ 또는 $x - 2 = 0$ 이다.

따라서 구하는 이차방정식은 $2(2x + 1)(x - 2) = 0$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 + ax - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$x^2 + ax - 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4 + 2a - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -4$$

12. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$

④ $10(x-1) = x^2 + 11$

⑤ $(x-3)^2 = 4$

해설

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$ 에서 $2(x^2 + 2x + 1) = 0, 2(x+1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$ 에서 $(x+5)^2 = 0$

$\therefore x = -5$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 에서 $(3x-1)(x-2) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $10(x-1) = x^2 + 11$ 에서 $x^2 - 10x + 21 = 0, (x-3)(x-7) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = 7$

⑤ $(x-3)^2 = 4$ 에서 $x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

13. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = \left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

따라서 $k = 5$ 또는 $k = -1$ 이다.

14. 이차방정식 $-3(x+b)^2 = 0$ 의 근의 개수가 m 개이고 근이 $m+2$ 일 때, b 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$-3(x+b)^2 = 0$ 은 $x = -b$ 의 중근이므로 근의 개수 $m = 1$ 이다.
근이 $m+2 = 1+2 = 3$ 이므로 $b = -3$ 이다.

15. 이차방정식 $0.5(x-2)(x+1) = \frac{x(x-9)}{4}$ 의 모든 근의 곱은?

- ① 4 ② $\frac{4}{3}$ ③ -4 ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ -2

해설

양변에 4를 곱하면 $2(x-2)(x+1) = x(x-9)$ 이다.

$$2(x^2 - x - 2) = x^2 - 9x$$

$$x^2 + 7x - 4 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 16}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{65}}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 -4 이다.

16. 두 근이 $\frac{1}{2}$, -1 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식 $2x^2 + mx + n = 0$ 에서 $m + n$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ -3

해설

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1) = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$m = 1, n = -1$$

$$\therefore m + n = 0$$

17. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는?

① 8

② 7

③ 6

④ 5

⑤ 4

해설

두 자연수를 x , $x + 1$ 이라고 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 85$$

$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

$\therefore$ 연속하는 두 자연수는 6, 7

18. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$ 가 성립할 때, $x - 2y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 2y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 3x + 6y = 0$$

$$(x - 2y)^2 - 3(x - 2y) = 0$$

$$(x - 2y)(x - 2y - 3) = 0$$

$x \neq 2y$ 이므로 $x - 2y - 3 = 0, x - 2y = 3$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

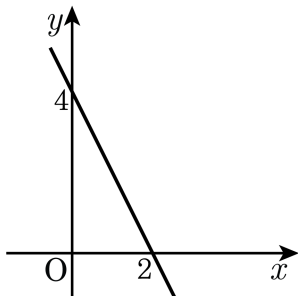
$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

20. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



- ① 2 ② -2 ③ $\sqrt{5}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$

$$\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$$

두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이다.

이차방정식의 두 근을 α , β 라고 하면,

두 근의 차 $|\alpha - \beta|$ 는

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 에서}$$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \text{ 이므로}$$

두 근의 차는

$$\pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

21. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 x , $x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

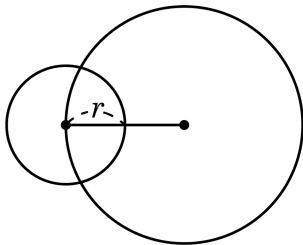
$$\therefore x = 2$$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = -8$, $b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$$r^2 - 4 = 0$$

$$\therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

23. x 에 관한 이차방정식 $mx^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 2(m - 1) = 0$ 의 한 근이 1일 때, 나머지 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로

주어진 방정식에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-m^2 + m = 0, m(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } m = 1$$

$m = 0$ 이면 이차방정식이 아니므로 $m = 1$

주어진 방정식은 $x^2 - x = 0$

$$x(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 나머지 한 근은 0이다.

24. 세 개의 이차방정식 $x^2 - (1 + p)x + p = 0$, $x^2 - (q - 1)x - q = 0$, $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p - 4q - 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

$$x^2 - (1 + p)x + p = 0, x = 1, x = p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - (q - 1)x - q = 0, x = -1, x = q \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0, x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{㉢}$$

세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,

㉠에서 공통근은 $x = p$

㉢에서 $2p \neq p$ 이므로 공통근은 $x = 4q$

㉡에서 $q \neq 4q$ 이므로 공통근은 $x = -1$

$$\therefore p = 4q = -1, p - 4q = 0$$

$$\therefore p - 4q - 1 = -1$$

25. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 12$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 109

해설

주어진 식을 전개하여 정리하면, $4 - 4(x+y) + (x+y)^2 - (x^2 + y^2) = 12$,

$$-4(x+y) + 2xy = 8, \quad xy - 2(x+y) = 4, \quad xy - 2(x+y) + 4 = 8, \\ (x-2)(y-2) = 8$$

그런데 x, y 는 정수이므로,

$x-2$	1	2	4	8	-1	-2	-4	-8
$y-2$	8	4	2	1	-8	-4	-2	-1
x^2+y^2	109	52	52	109	37	4	4	37

따라서 $x^2 + y^2$ 의 최댓값은 109 이다.