

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$

② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(작수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

2. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4(x - 3) = 2.1$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$

② $x = \frac{2 \pm 4\sqrt{2}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{33}}{3}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{34}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{35}}{3}$

해설

양변에 10 을 곱하면

$$3x^2 - 4(x - 3) = 21$$

$$3x^2 - 4x - 9 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$$

3. 이차방정식 $(2x - 1)^2 = 3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 정리하면

$$4x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\therefore (\text{두 근의 합}) = -\left(-\frac{4}{4}\right) = 1$$

4. 이차방정식 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\alpha + \beta = \frac{1}{3}$

② $\alpha^2 + \beta^2 = 5$

③ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$

④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{5}{9}$

⑤ $(\alpha - \beta)^2 = \frac{3}{7}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$$

5. 30cm 의 끈으로 직사각형을 만들어 넓이가 54cm^2 가 되게 하려고 한다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

가로의 길이를 $x\text{ cm}$, 세로의 길이를 $15 - x\text{ cm}$ 라 하면,

$$54 = x(15 - x), x = 6 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는 3 cm 이다.

6. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

7. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

8. 두 양수 a, b 가 $(a+b)^2 - 2(a+b) - 15 = 0$, $a-b=1$ 을 만족할 때, ab 의 값은?

① -4

② -6

③ 4

④ 6

⑤ 5

해설

$a+b=t$ 로 치환하면 $(t+3)(t-5)=0$

$t=-3$ 또는 5

$$\text{i)} \begin{cases} a+b=-3 \\ a-b=1 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} a+b=5 \\ a-b=1 \end{cases}$$

i)에서 $a=-1$, $b=-2$ 이므로 a, b 가 양수라는 조건에 맞지 않는다.

ii)에서 $a=3$, $b=2$

$\therefore ab=6$

9. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

10. 이차방정식 $3x^2 + ax + 6b = 0$ 의 해가 $x = 2\sqrt{3} + 3$ 일 때, 다른 해를 $x = c$ 라 하자. 이때, $ab - c$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① $8 + 4\sqrt{2}$

② $16 + 2\sqrt{3}$

③ $16 + 3\sqrt{3}$

④ $24 + 2\sqrt{3}$

⑤ $24 + 3\sqrt{2}$

해설

근과 계수의 관계에서 $c = -2\sqrt{3} + 3$

$$-\frac{a}{3} = (2\sqrt{3} + 3) + (-2\sqrt{3} + 3) = 6, a = -18$$

$$\frac{6b}{3} = (2\sqrt{3} + 3) \times (-2\sqrt{3} + 3) = -3, b = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore ab - c = (-18) \times \left(-\frac{3}{2}\right) - (-2\sqrt{3} + 3)$$

$$= 27 + 2\sqrt{3} - 3$$

$$= 24 + 2\sqrt{3}$$

11. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

$$a, b \text{ 는 실수이므로 } a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

12. $x > y > 0$ 이고, $(x - y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x - y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$x^2 - 3xy + y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

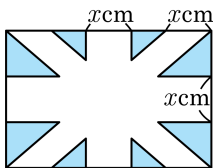
$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } \frac{x}{y} > 1$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

13. 가로, 세로 길이가 각각 9 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 일정한 폭으로 오려내어 조각의 합이 12 cm^2 가 되도록 하려고 한다. 오려낸 부분의 폭은?



① 2 cm

② 3 cm

③ 4 cm

④ 2 cm 또는 7 cm

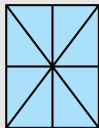
⑤ 3 cm 또는 6 cm

해설

조각들을 모아 보면 다음 그림처럼 가로가 $9 - 3x$, 세로가 $6 - x$ 인 직사각형이 됨을 알 수 있다. 넓이가 12 이므로 $(9 - 3x)(6 - x) = 12$

정리하면 $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7) = 0$

$x < 3$ 이므로 $x = 2$



14. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

15. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 줄였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 3 cm

② 4 cm

③ 5 cm

④ 6 cm

⑤ 7 cm

해설

처음 원의 반지름 : r

줄인 원의 반지름 : $r - 3$

$$\pi(r-3)^2 = \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$r^2 - 6r + 9 = \frac{1}{4}r^2$$

$$\frac{3}{4}r^2 - 6r + 9 = 0$$

$$r^2 - 8r + 12 = 0$$

$$(r-2)(r-6) = 0$$

$\therefore r = 6 \text{ cm}$ ($r > 3$ 이므로)