

1. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 수학 쪽지 시험의 결과를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	7	9	6	7	6

① 1

② 1.2

③ 1.4

④ 1.6

⑤ 1.8

해설

주어진 자료의 평균은

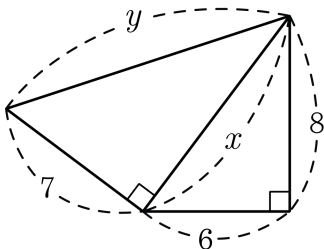
$$\frac{7+9+6+7+6}{5} = \frac{35}{5} = 7(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 0, 2, -1, 0, -1 이다.

따라서 분산은

$$\frac{0^2 + 2^2 + (-1)^2 + 0^2 + (-1)^2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

2. 다음 그림은 두 직각삼각형을 붙여 놓은 것이다. $x+y$ 의 값을 구하면?



① $9 + \sqrt{149}$

② $10 + \sqrt{149}$

③ $9 + \sqrt{150}$

④ $10 + \sqrt{150}$

⑤ $9 + \sqrt{151}$

해설

$$x = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$y = \sqrt{x^2 + 7^2} = \sqrt{100 + 49} = \sqrt{149}$$

$$\therefore x + y = 10 + \sqrt{149}$$

3. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?

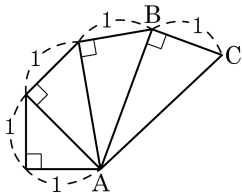
① 2

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$

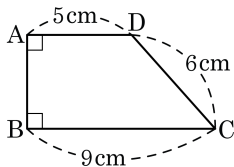
⑤ $2\sqrt{2}$



해설

$$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{이다.}$$

4. 다음 그림에서 사다리꼴의 높이 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{5}$ cm

② $5\sqrt{2}$ cm

③ $3\sqrt{5}$ cm

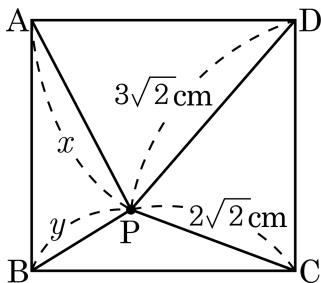
④ $5\sqrt{3}$ cm

⑤ $3\sqrt{5}$ cm

해설

점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{EC} = 4$ cm 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}$ (cm) 이다.

5. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?



① 2

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 10

해설

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

6. 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
우유의 개수	24	y	14	28	x	38	31

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

최빈값이 38 이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.

$x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, y 에서 중앙값이 30 이므로 $y = 30$ 이다.

따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은 $30 + 38 = 68$ 이다.

7. 영웅이의 4 회에 걸친 수학 쪽지 시험의 성적이 평균이 45 점이었다. 5 회에 걸친 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 5 점 내렸다면 5 회에 걸친 성적은 몇 점인가?

① 14 점

② 16 점

③ 18 점

④ 20 점

⑤ 22 점

해설

4 회까지의 평균이 45 이므로 4 회 시험까지의 총점은
 $45 \times 4 = 180$ (점)

5 회까지의 평균은 45 점에서 5 점이 내린 40 점이므로 5 회째의
성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{180 + x}{5} = 40, \quad 180 + x = 200 \quad \therefore x = 20 \text{ (점)}$$

8. 다음의 표준편차를 순서대로 x , y , z 라고 할 때, x , y , z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수

Y : 1 부터 200 까지의 홀수

Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$

② $x < y = z$

③ $x = y < z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

9. 5개의 변량 3, 5, 9, 6, x 의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + 9 + 6 + x}{5} = 6$$

$$23 + x = 30$$

$$\therefore x = 7$$

변량의 편차는 -3, -1, 3, 0, 1이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

10. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이고, 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 20

② 40

③ 60

④ 80

⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 3이므로

$$\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a+b) + 52}{4} = 3$$

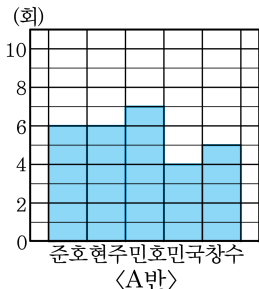
$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a+b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

11. 다음은 A 반 학생 5 명과 B 반 학생 5 명의 턱걸이 횟수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 반 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



답 :

반

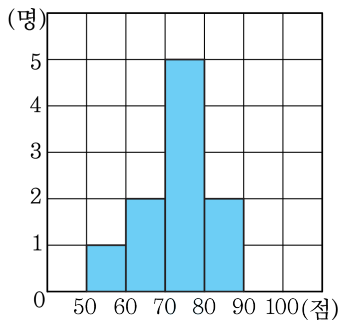


정답 : A반

해설

A 반 학생들의 턱걸이 횟수가 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

12. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72

② 74

③ 76

④ 78

⑤ 80

해설

$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

13. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	6
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	8
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	3
합계	20

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20} \\
 &= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})
 \end{aligned}$$

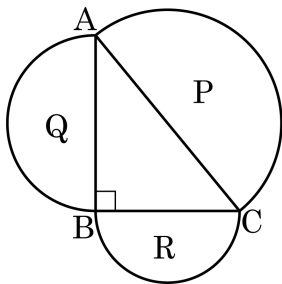
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{20} \{ (4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3 \} \\
 &= \frac{1}{20} (54 + 3 + 8 + 27) = 4.6
 \end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5이다.

14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $P^2 = Q^2 + R^2$

㉡ $Q = P - R$

㉢ $P = 2(Q - R)$

㉣ $P = Q + R$

㉤ $P = Q - R$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

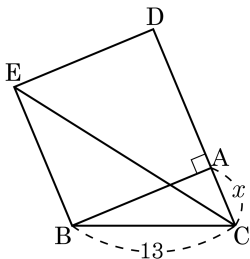
▶ 정답 : ㉣

해설

$P = Q + R$ 이므로 옳은 것은

㉡ $Q = P - R$, ㉣ $P = Q + R$ 뿐이다.

15. 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ADEB를 그렸을 때, $\triangle EBC$ 의 넓이가 72cm^2 이면 $\overline{AC}$ 의 길이는 얼마인지 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

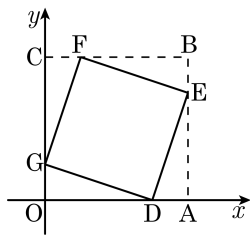
해설

$$\triangle EBC = \triangle EBA = 72\text{cm}^2$$

$$\square ADEB = 144\text{cm}^2, \overline{AB} = 12\text{cm}$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\text{ (cm)}$$

16. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{OD}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{OD} = 3\overline{AD}$ 이므로 $D = (a, 0)$ 이라고 하면

$$G = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$$

이를 피타고라스 정리에 대입하면

$$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9} \text{ 이 되어 } a = \sqrt{2} \text{가 성립한다.}$$

$D(\sqrt{2}, 0)$, $F\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

17. 빗변의 길이가 $m^2 + n^2$ 이고, 다른 한 변의 길이가 $m^2 - n^2$ 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m > 0, n > 0$)

① $m + n$

② $2m + n$

③ $m + 2n$

④ $2(m + n)$

⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

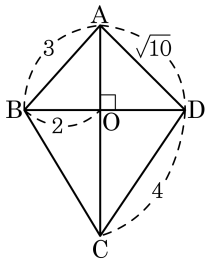
$$(m^2 + n^2)^2 = (m^2 - n^2)^2 + X^2$$

$$m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + X^2$$

$$X^2 = 4m^2n^2 = (2mn)^2$$

$X > 0, m > 0, n > 0$ 이므로 $X = 2mn$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

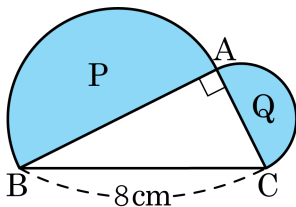
▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

$$\overline{BC}^2 + (\sqrt{10})^2 = 3^2 + 4^2, \overline{BC}^2 = 15, \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 15 - 4 = 11$$

$$\therefore \overline{OC} = \sqrt{11}$$

19. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, $P + Q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm²

▶ 정답 : 8π cm²

해설

$P + Q$ 는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$$P + Q = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \pi = 8\pi (\text{cm}^2)$$

20. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 점 B가 점 D에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?

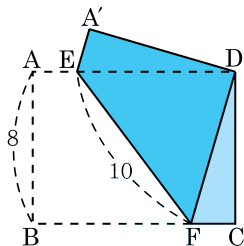
① $\frac{32}{3}$

② $\frac{28}{3}$

③ $\frac{26}{3}$

④ $\frac{22}{3}$

⑤ $\frac{20}{3}$



해설

E에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF} = 6$

$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CH} = \overline{DE} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF = \angle DFE$ 이므로

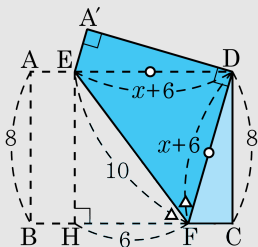
$$\overline{DF} = \overline{DE} = 6 + x$$

$$\triangle DFC \text{ 에서 } (6+x)^2 = 8^2 + x^2, 12x =$$

$$28 \therefore x = \frac{7}{3}$$

$$\text{또한 } \overline{BH} = \overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$$

$$\therefore \overline{BC} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$$



21. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① M, S^2

② $M, S^2 + 1$

③ $M + 1, S^2$

④ $M + 1, S^2 + 1$

⑤ $M + 1, (S + 1)^2$

해설

세 개의 변량 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 M, S^2 이므로

$$M = \frac{a + b + c}{3}$$

$$S^2 = \frac{(a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2}{3}$$

$a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1 = \frac{(a + 1) + (b + 1) + (c + 1)}{3}$$

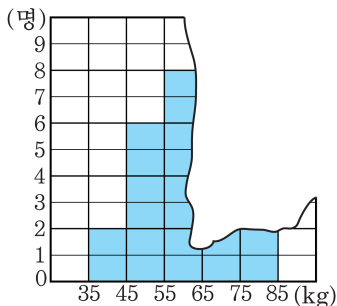
$$= \frac{(a + b + c) + 3}{3} = \frac{a + b + c}{3} + 1 = M + 1$$

$$S_1^2 = \frac{1}{3} \{ (a + 1 - M - 1)^2 + (b + 1 - M - 1)^2 + (c + 1 - M - 1)^2 \}$$

$$= \frac{1}{3} \{ (a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2 \} = S^2$$

따라서 $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산은 각각 $M + 1, S^2$ 이다.

22. 다음 히스토그램은 수진이네 반 학생 24 명의 몸무게를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 80 일 때, 도수가 전체 학생의 12.5% 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균과 분산은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 129

해설

계급값이 80 인 도수는 $24 \times \frac{12.5}{100} = 3$ (명)

계급값이 70 인 도수를 x 라고 하면 $24 - (2 + 6 + 8 + 3) = 5 \therefore x = 5$

이므로 평균은

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 6 + 60 \times 8 + 70 \times 5 + 80 \times 3}{24} \\ = \frac{80 + 300 + 480 + 350 + 240}{24} = 60.4 \dots \text{ (kg)}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 60kg 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{24} \{ (40 - 60)^2 \times 2 + (50 - 60)^2 \times 6 + (60 - 60)^2 \times 8 + (70 - 60)^2 \times 5 + (80 - 60)^2 \times 3 \} \\ = \frac{1}{24} (800 + 600 + 0 + 500 + 1200) = 129.16 \dots \text{ 이다.}$$

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 129이다.

23. $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 3$ 인 직사각형 ABCD 에서 변 BC 위의 점 P 와 변 AD 위의 점 Q 에 대하여 사각형 APCQ 가 마름모일 때, 마름모 APCQ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{13}{3}$

해설

마름모는 네 변의 길이가 같으므로 $\overline{AP} = x$ 로 놓으면
 $\overline{PC} = x$, $\overline{BP} = 3 - x$

$\triangle ABP$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BP}^2$ 이므로

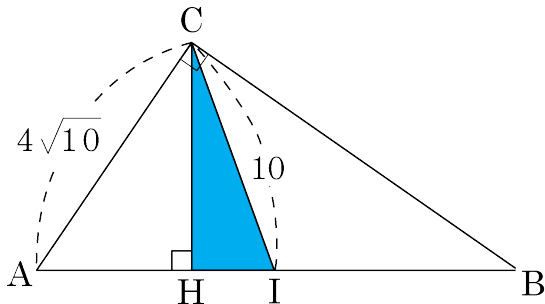
$$2^2 + (3 - x)^2 = x^2$$

$$6x = 13$$

$$\therefore x = \frac{13}{6}$$

따라서 마름모 APCQ 의 넓이는 $\frac{13}{6} \times 2 = \frac{13}{3}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 I 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

점 I 가 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{AI} = \overline{BI} = 10$ 이다.

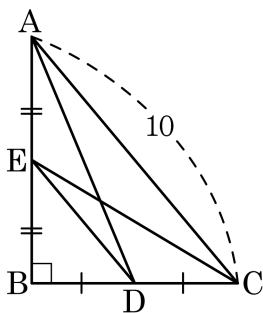
$\overline{AH} = x$ 라고 하고, 닮은 삼각형의 성질을 이용하면 $20x = (4\sqrt{10})^2 = 160$ 이므로 $x = 8$ 이다.

$\triangle CAH$ 에 피타고라스 정리를 적용하면

$$\overline{CH} = \sqrt{160 - 64} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}, \overline{HI} = 2$$

$$\therefore \triangle CHI = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \times 2 = 4\sqrt{6}$$

25. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다.
 $\overline{AC} = 10$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 125

해설

$\overline{BE} = x$, $\overline{BD} = y$ 라고 하면

$\overline{AB} = 2x$, $\overline{BC} = 2y$

$$(2x)^2 + (2y)^2 = 100$$

$$4x^2 + 4y^2 = 100$$

$$4(x^2 + y^2) = 100 \quad \therefore x^2 + y^2 = 25$$

$$\overline{ED} = \sqrt{x^2 + y^2} = 5 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= \overline{ED}^2 + \overline{AC}^2 \\ &= (\sqrt{x^2 + y^2})^2 + 10^2 \\ &= x^2 + y^2 + 100 \\ &= 25 + 100 \\ &= 125 \end{aligned}$$