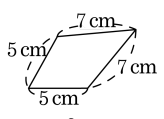
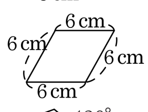
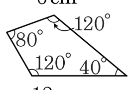
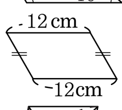
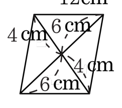
1. 다음 사각형 중에서 평행사변형을 모두 골라라.

㉠ 

㉡ 

㉢ 

㉣ 

㉤ 

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

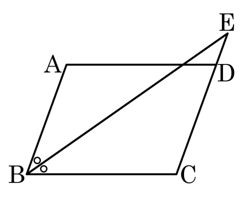
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡, ㉣두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
㉤두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}, \overline{AD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답: ____ cm

▷ 정답: 9 cm

해설

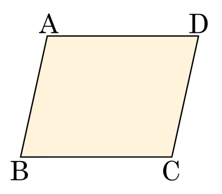
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로

$\angle ABE = \angle BEC$ (엇각)

$\angle EBC = \angle BEC$ 이므로 $\triangle BEC$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} = \overline{AD} = 9(\text{cm})$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$와 $\angle B$의 크기가 $7:3$일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



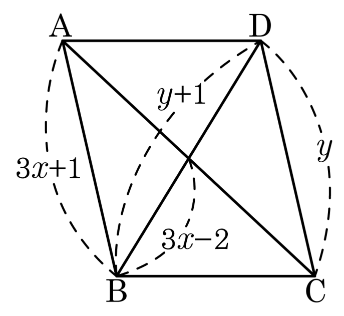
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 126°

해설

$\angle C = 180° \times \dfrac{7}{10} = 126°$

4. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



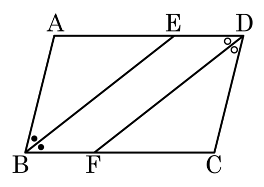
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$3x + 1 = y \cdots$ ㉠
$(3x - 2) \times 2 = y + 1 \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $6x - 4 = 3x + 2, x = 2, y = 7$
$\therefore x + y = 2 + 7 = 9$

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 변 AD , BC 와 만나는 점을 각각 E , F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

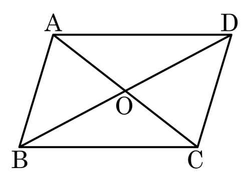


① $\angle B = \angle D$
② $\angle EBF = \angle FDE$
③ $\angle EDF = \angle DFC$
④ $\angle BFD = \angle DEB$
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$

해설

$\triangle AEB$, $\triangle DFC$ 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle ABE = \angle FDC$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 ASA 합동이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$ 이고 □EBFD 는 평행사변형이다.
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$ 에서 $\angle BAE = \angle FCD$ 이지만 $\angle DFB \neq \angle FCD$ 이므로 옳지 않다.

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모가 될 조건을 골라라.



㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$	㉡ $\overline{AO} = \overline{AD}$	㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
㉣ $\overline{BO} = \overline{OC}$	㉤ $\angle A = 90°$	

▶ 답 :

▶ 답 :

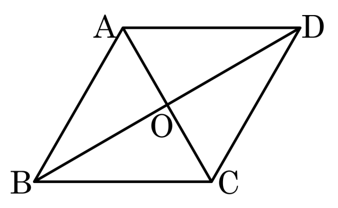
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 서로 수직으로 만나야 한다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 고르면?



① $\angle B = 90°$ ② $\overline{AB} = \overline{BC}$

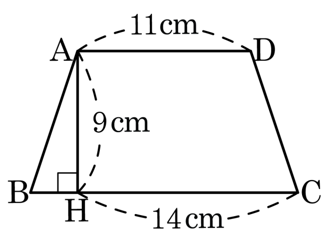
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$ ④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\angle A = 90°, \overline{AB} = \overline{BC}$

해설

정사각형은 네 변의 길이가 같고, 네 각이 90° 로 모두 같아야한다.

8. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AH} = 9\text{cm}$, $\overline{AD} = 11\text{cm}$, $\overline{CH} = 14\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $126\,\underline{\text{cm}^2}$

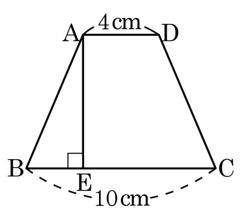
해설

$\overline{BH} = \overline{HC} - \overline{AD} = 14 - 11 = 3(\text{cm})$

$\overline{BC} = 3 + 14 = 17(\text{cm})$

$\therefore$ (넓이) $= (11 + 17) \times 9 \times \dfrac{1}{2} = 126(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하자. $\overline{AD} = 4\,cm$, $\overline{BC} = 10\,cm$일 때, $\overline{BE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

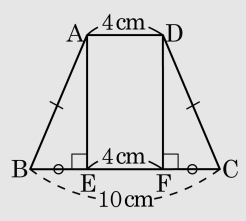
▷ 정답 : 3 cm

해설

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$

$\overline{EF} = \overline{AD} = 4\,cm$이므로 $\overline{BE} + \overline{CF} + 4 = 10(\,cm)$

$\overline{BE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE} = 3(\,cm)$ 이다.



10. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 평행사변형	㉣ 직사각형
㉤ 마름모	㉥ 정사각형

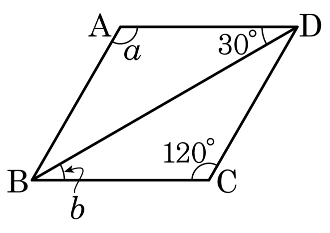
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이 있다.
그러나 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 마름모의 성질이므로 이를 만족하는 것은 마름모와 정사각형 2 개이다.

11. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 정할 때, 두 각의 합을 구하여라.



▶ 답 : _____ °

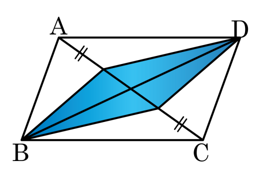
▷ 정답 : 150°

해설

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.
따라서 $\angle a = 120°$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고, $\angle ADB$ 와 $\angle CDA$ 는 엇각이므로 $\angle b = 30°$ 이다.

$\therefore\ \angle a + \angle b = 150°$

12. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 꼭짓점 A, C 로부터 거리가 같도록 두 점을 잡았다. 색칠한 사각형은 어떤 사각형인가?



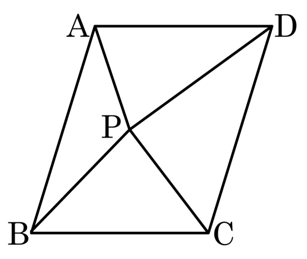
① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

두 점을 각각 E, F 라고 하고 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라고 하면
$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.
그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.

13. 다음 그림과 같이 넓이가 40cm^2 인 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle\text{PBC}$의 넓이가 10cm^2이다. $\triangle\text{PAD}$의 넓이를 $a\text{cm}^2$라고 할 때, a의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

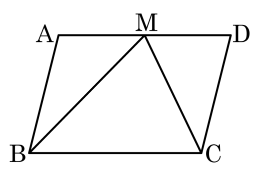
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$이다.

$40 \times \frac{1}{2} = 10 + \triangle\text{PAD}$이므로

$\triangle\text{PAD} = 10\text{cm}^2$

$\therefore\ a = 10$

14. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라 하고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 정사각형 ② 마름모 ③ 평행사변형
④ 사다리꼴 ⑤ 직사각형

해설

△ABM 와 △DCM 에서
$\overline{AM} = \overline{MD}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이므로
△ABM ≡ △DCM (SSS 합동)
□ABCD 는 평행사변형 이므로 $\angle A + \angle D = 180°$
△ABM ≡ △DCM 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$
평행사변형의 한 내각의 크기가 $\angle 90°$ 이다.
∴ □ABCD 는 직사각형

15. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.

② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.

③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.

④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.

⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설

① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

16. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정사각형은 사다리꼴이다.

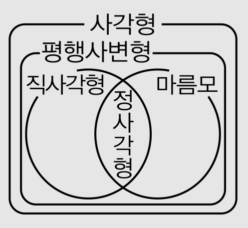
② 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

③ 직사각형은 평행사변형이다.

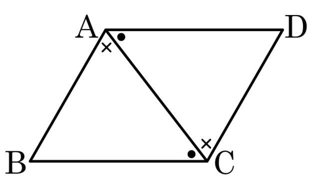
④ 직사각형은 마름모이다.

⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

해설



17. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

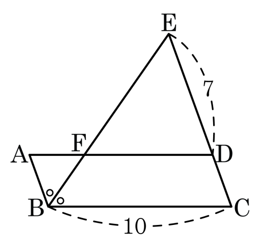
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{B}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 구하여라.



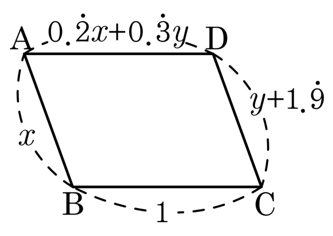
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{\mathrm{CE}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{AB}}$ 이므로 $\angle\mathrm{ABF} = \angle\mathrm{CEB}$ 이므로 $\triangle\mathrm{EBC}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{EC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{EC}} = 7 + \overline{\mathrm{CD}},\ \overline{\mathrm{CD}} = 3$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값을 구하여라.



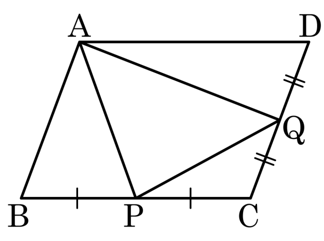
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = y + 1.\dot{9},\ 0.\dot{2}x + 0.\dot{3}y = 1$ 이므로 이를 풀면 $x = 3, y = 1$ ∴ $x + y = 4$

20. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 24 cm^2

해설

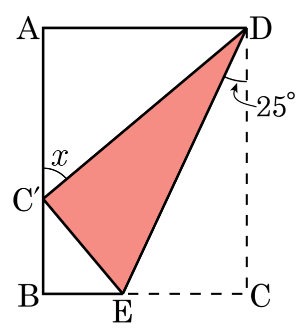
$\triangle APQ = \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ$

$= 64 - \frac{1}{4} \times 64 - \frac{1}{4} \times 64 - \frac{1}{8} \times 64$

$= 64 - 16 - 16 - 8$

$= 24\,(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 를 $\angle EDC = 25°$ 가 되고 꼭짓점 C 가 변 AB 위에 있도록 접었다. 이 때, $\angle x$ 의 크기는?

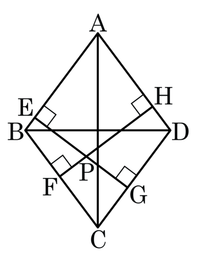


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90° 이고,
$\angle EDC = \angle C'DE = 25°$ 이므로
$\angle ADC' = 90° - (25° \times 2) = 40°$ 이다.
$\angle x = \triangle AC'D$ 에서 $\angle AC'D = 90° - 40° = 50°$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

해설

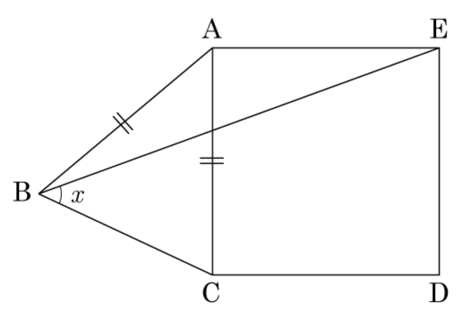
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5\text{cm}$ 이고

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$

$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$

$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{48}{5}$ cm이다.

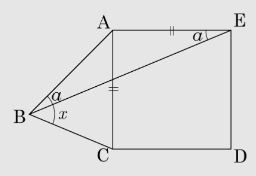
23. 다음 그림에서 □ACDE 는 정사각형이고 △ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

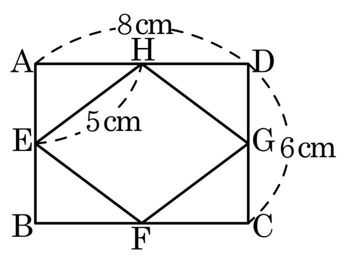
▷ 정답 : 45°

해설



ⅰ) $\angle ABE = \angle AEB = a$ 라 하면,
$\angle BAE = 180° - 2a$ 이고,
$\angle CAE = 90°$ 이므로
$\angle BAC = (180° - 2a) - 90° = 90° - 2a$
ⅱ) $\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로,
△ABC 는 이등변삼각형이고,
$\angle BAC = 90° - 2a$ 이므로,
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}\left\{180° - (90° - 2a)\right\} = 45° + a$
또한, $\angle ABC = \angle ABE + \angle x$ 이므로,
$a + \angle x = 45° + a$
$\therefore \angle x = 45°$

24. 다음 그림의 직사각형 ABCD 의 중점을 연결한 사각형을 □EFGH 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EH} // \overline{FG}$

② $\overline{EF} = 5\text{cm}$

③ 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는 20cm 이다.

④ 사각형 EFGH 의 넓이는 25cm^2 이다.

⑤ 사각형 EFGH 는 마름모이다.

해설

사각형 EFGH 의 넓이는 사각형 ABCD 에서 모서리의 삼각형의 넓이를 뺀 값이다.

$(6 \times 8) - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) = 48 - 24 = 24(\text{cm}^2)$