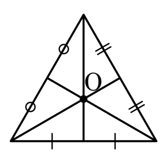
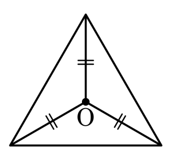
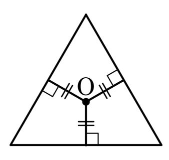
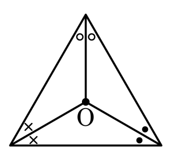
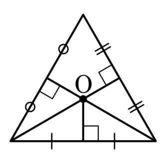
1. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


④


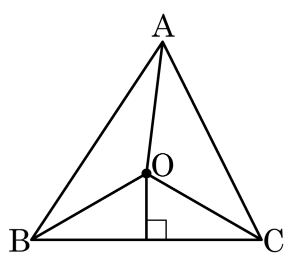
⑤


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

2. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



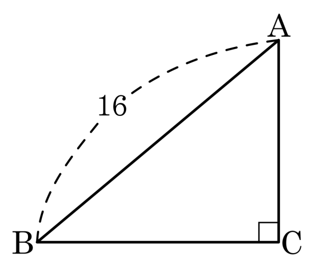
① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$

④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설

점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

3. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?

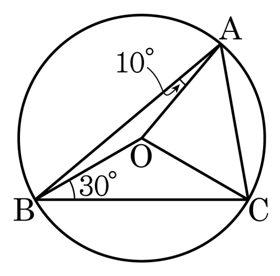


① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

4. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$, $\angle OAC$의 크기는?

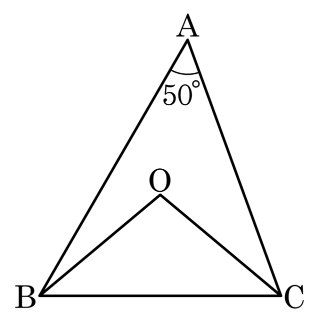


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 90° - 40° = 50°$

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?

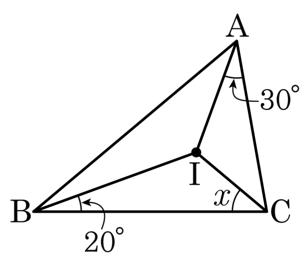


① $110°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $95°$ ⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$
$\therefore \angle BOC = 100°$

6. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때 (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

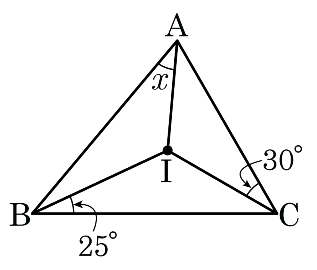
▷ 정답 : 40

해설

$30° + 20° + \angle x = 90°$

$\therefore \ \angle x = 40°$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 에서 세 각의 이등분선의 교점을 I 라고 할 때, $\angle IBC = 25^\circ$, $\angle ICA = 30^\circ$ 이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

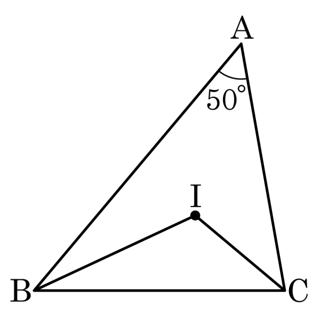
해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle x + 30^\circ + 25^\circ = 90^\circ$

$\therefore\ \angle x = 35^\circ$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50°$이면 $\angle BIC$의 크기는?



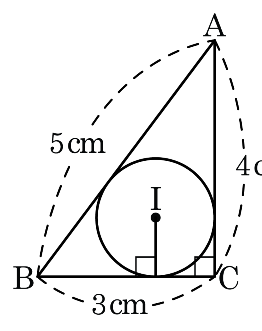
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



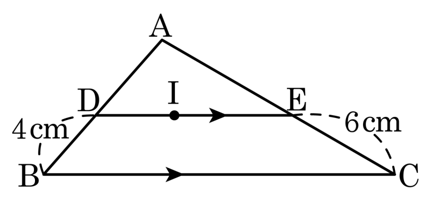
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D , E 라고 한다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



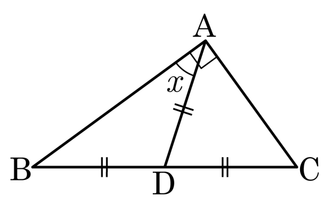
① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

11. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

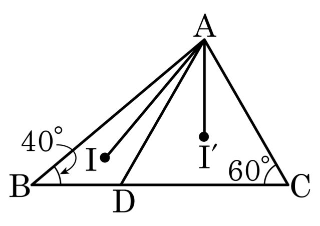


① $30°$ ② $32°$ ③ $34°$ ④ $36°$ ⑤ $38°$

해설

위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD} = \overline{AD}$)
$\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD} = \overline{CD}$)
$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$
$\angle B : \angle C = 2:3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2:3$
$\angle BAD = \dfrac{2}{2+3} \times 90° = \dfrac{2}{5} \times 90° = 36°$

12. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

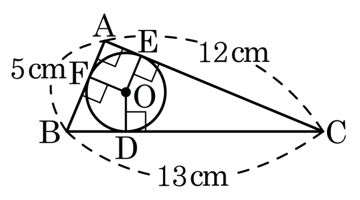


① 20°　　② 30°　　③ 40°　　④ 50°　　⑤ 60°

해설

$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

13. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어져있다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm　② 1 cm　③ 2 cm　④ 2.5 cm　⑤ 3 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 내접원의 반지름을 r ,각 변의 길이를 $a,\ b,\ c$ 라 하면 $\triangle$ABC 의 넓이는

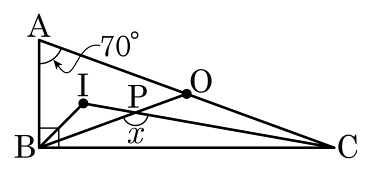
$\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

이때, $\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a+b+c) = 30$,

$\frac{1}{2}r(5+12+13) = 30$

따라서 $r = 2\,\mathrm{cm}$

14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

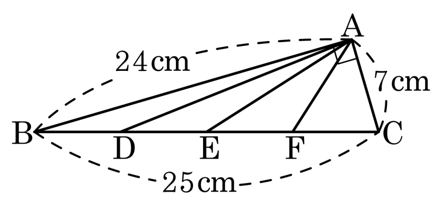
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

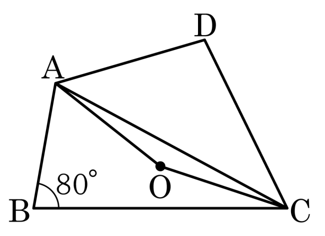
▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5\,(\mathrm{cm})$

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

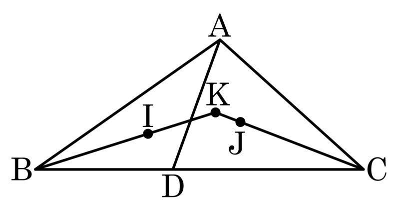
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

17. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 141.5°

해설

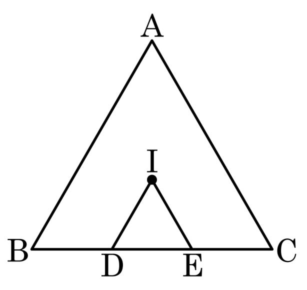
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

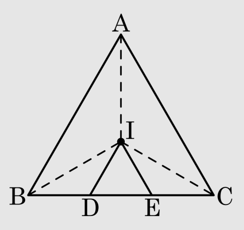
18. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $60°$

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30°$

따라서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DI}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{EI}$

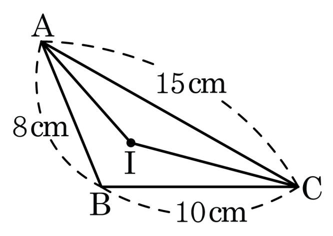
$\angle DIB = \angle ABI = 30°$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30°$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 120°$ 이므로

$\angle DIE = 120° - (30° + 30°) = 60°$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 15cm$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

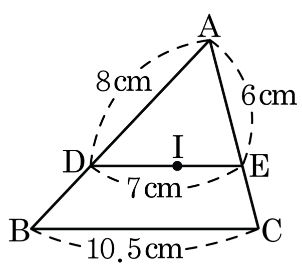
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \ (\text{cm}^2)$

$(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

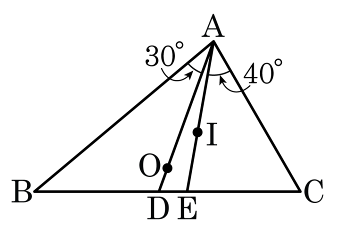
▷ 정답 : 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서
점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠
$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.
$\overline{DB} = \overline{DI}$
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.
$\overline{EC} = \overline{EI}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC} \\ &= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

21. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다. $\angle\mathrm{BAD} = 30°$, $\angle\mathrm{CAE} = 40°$ 일 때, $\angle\mathrm{ADE} = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



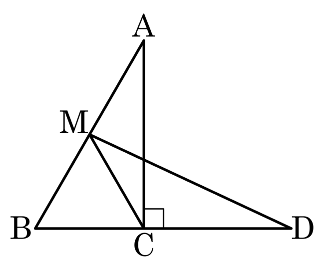
▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{CAE}$ 이므로 $\angle\mathrm{DAE} = 10°$,$\angle\mathrm{OBA} = \angle\mathrm{OAB} = 30°$
$\angle\mathrm{OBC} + \angle\mathrm{OBA} + \angle\mathrm{OAC} = 90°$ 이므로 $\angle\mathrm{OBC} = 10°$
$\therefore\ \angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{ABD} + \angle\mathrm{BAD} = 70°$

22. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 선분 AB 의 중점에 점 M 를 잡고, 선분 BC 의 연장선과 점 M 에서 그은 직선이 만나는 점을 D 라 한다. $\angle A = 30°$, $\angle CDM = 25°$ 일 때, $\angle CMD$ 의 크기를 구하여라.



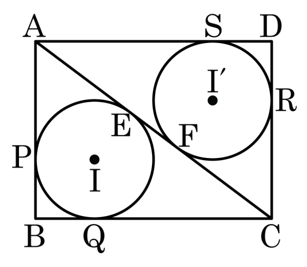
▶ 답: $\underline{\quad}$ °

▷ 정답: 35 °

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이고 M 은 선분 AB 의 중점이므로
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ ($\because$ 외심)
따라서 $\triangle MBC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle BCM = \angle CMD + \angle CDM$
$\angle B = 90° - 30° = 60° = \angle BCM$
$\angle BCM = \angle CMD + \angle CDM$ 이므로
$\angle CMD = 60° - 25° = 35°$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\triangle$ABC 와 $\triangle$ACD 의 내접원 I, I′ 과 대각선 AC 와의 교점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 10\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

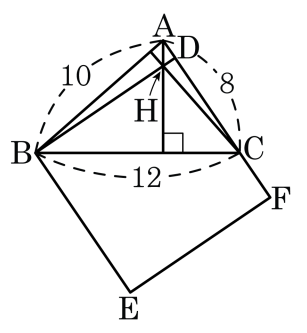
$\overline{\mathrm{AE}}$ 를 x 라 하면

$(6 - x) + (10 - x) = 8 \quad \therefore x = 4(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CF}} = 4(\mathrm{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{\mathrm{EF}} = 10 - (4 + 4) = 2(\mathrm{cm})$

24. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 수심을 H 라 하고, 점 B 와 H 를 잇는 직선이 변 AC 와 만나는 점을 D 라고 하였다. 삼각형 ABC 의 넓이가 36 일 때, 정사각형 BDFE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

선분 BD 는 삼각형 ABC 의 수심 H 를 지나므로 변 AC 에 수직인 선분이다.

$\triangle$ABC 의 넓이가 36 이므로

$36 = \frac{1}{2}\overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{BD}$

$\overline{BD} = 9$

따라서 $\overline{BD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDFE 의 넓이는 $9^2 = 81$ 이다.