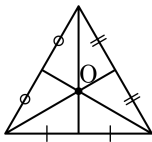
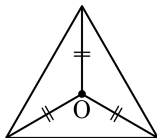


1. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

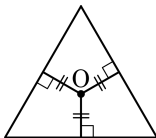
①



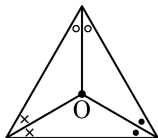
②



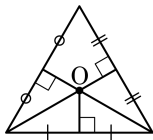
③



④



⑤

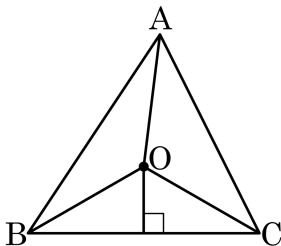


해설

내심 ③, ④

외심 ②, ⑤

2. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



① $\overline{OA}$

② $\overline{OB}$

③ $\overline{OC}$

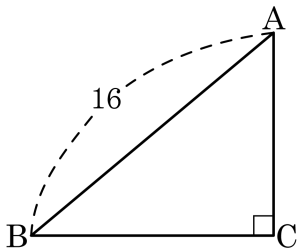
④ 모두 같다.

⑤ 알 수 없다.

해설

점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A , B , C 에 이르는 거리는 모두 같다.

3. 다음 그림은 $\angle C$ 가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외접원의 둘레의 길이는?



① 10π

② 12π

③ 14π

④ 16π

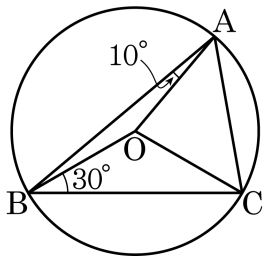
⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이다.

따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$ 이다

4. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 10^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$, $\angle OAC$ 의 크기는?



① 40°

② 45°

③ 50°

④ 55°

⑤ 60°

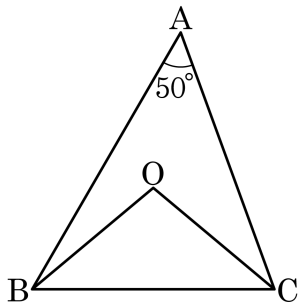
해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$

$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하면?



① 110°

② 100°

③ 105°

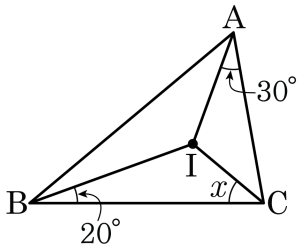
④ 95°

⑤ 115°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$ 이므로 $50^\circ \times 2 = 100^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 100^\circ$

6. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때 ()안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

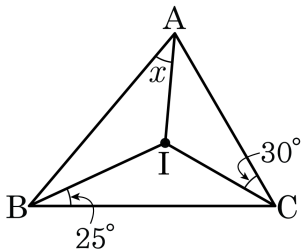
▷ 정답 : 40

해설

$$30^\circ + 20^\circ + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle IBC = 25^\circ$, $\angle ICA = 30^\circ$ 이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① 20°

② 25°

③ 30°

④ 35°

⑤ 40°

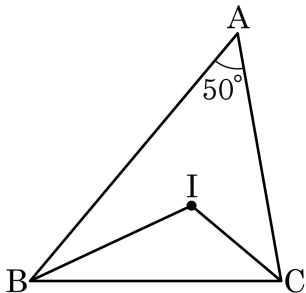
해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle x + 30^\circ + 25^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 35^\circ$$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50^\circ$ 이면 $\angle BIC$ 의 크기는?



① 100°

② 105°

③ 110°

④ 115°

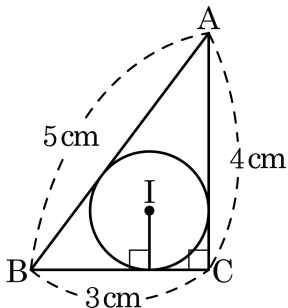
⑤ 120°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

$$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 50^\circ = 115^\circ$$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



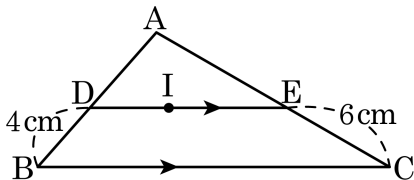
- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D, E라고 한다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 8cm

② 9cm

③ 10cm

④ 11cm

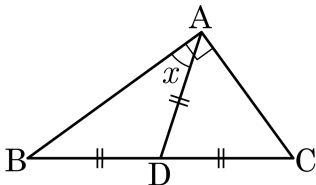
⑤ 12cm

해설

점 I가 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$
 이므로

$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

11. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① 30°

② 32°

③ 34°

④ 36°

⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD} = \overline{AD}$)

$\angle ABD = \angle BAD = \angle B$

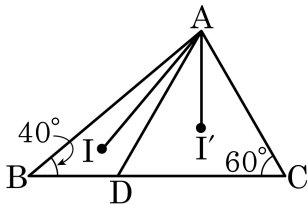
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD} = \overline{CD}$)

$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$

$\angle B : \angle C = 2 : 3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2 : 3$

$$\angle BAD = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

12. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?



① 20°

② 30°

③ 40°

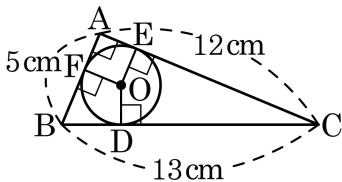
④ 50°

⑤ 60°

해설

$$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

13. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어졌다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm

② 1 cm

③ 2 cm

④ 2.5 cm

⑤ 3 cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 내접원의 반지름을 r , 각 변의 길이를 a, b, c 라 하면 $\triangle ABC$ 의 넓이는

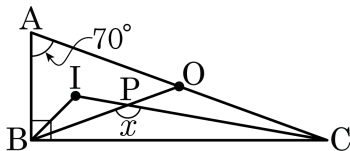
$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a + b + c)$$

이때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a + b + c) = 30$,

$$\frac{1}{2}r(5 + 12 + 13) = 30$$

따라서 $r = 2$ cm

14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 120°

② 130°

③ 140°

④ 150°

⑤ 160°

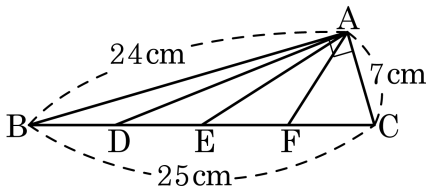
해설

$$\angle ACB = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ \text{ 이므로 } \angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10^\circ$$

$$\triangle OBC \text{ 에서 } \overline{OB} = \overline{OC} \text{ 이므로 } \angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

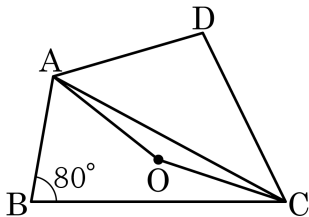
▶ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ (cm)}$$

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$ 의 외심일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 20°

② 40°

③ 60°

④ 80°

⑤ 100°

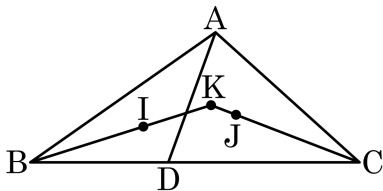
해설

$\angle AOC = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$ 이므로

$$\angle ADC = \frac{1}{2}(360^\circ - 160^\circ) = 100^\circ$$

$\therefore \angle D = 100^\circ$

17. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70^\circ$, $\angle C = 42^\circ$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 141.5°

해설

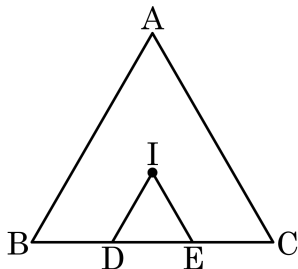
$$\overline{BD} = \overline{AD} \text{ 이므로 } \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ADC = 35^\circ$$

$$\text{점 J 는 내심이므로 } \angle JCD = 42^\circ \times \frac{1}{2} = 21^\circ$$

$$\text{점 I 는 내심이므로 } \angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle IKJ = 180^\circ - (21^\circ + 17.5^\circ) = 141.5^\circ \text{ 이다.}$$

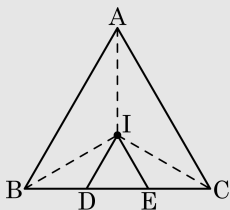
18. 다음 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E는 변 BC의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}$

▷ 정답 : 60°

해설



점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^\circ$$

따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{DI}$, $\overline{AC} \parallel \overline{EI}$

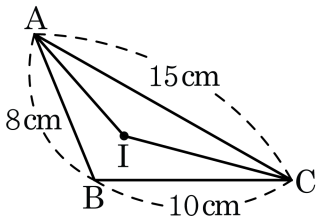
$$\angle DIB = \angle ABI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle EIC = \angle ACI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\text{또, } \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 120^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle DIE = 120^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \text{ 이다.}$$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



① 2 : 1

② 30 : 17

③ 32 : 15

④ 33 : 15

⑤ 36 : 17

해설

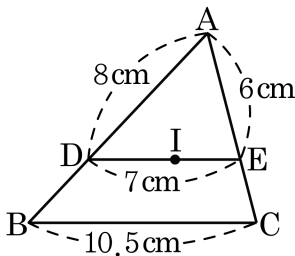
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\triangle AIC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \dots \textcircled{1}$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

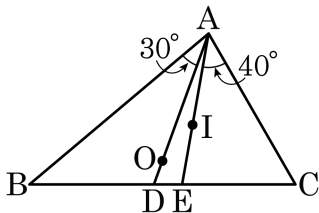
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC} \\ &= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\text{cm})\end{aligned}$$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다.
 $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CAE = 40^\circ$ 일 때, $\angle ADE = ()^\circ$ 이다. () 안에
 알맞은 수를 구하여라.



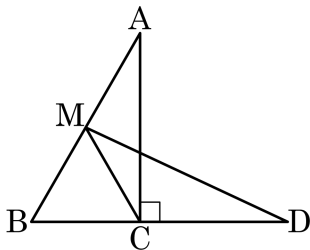
▶ 답 :

▶ 정답 : 70

해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10^\circ$, $\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$
 $\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle OBC = 10^\circ$
 $\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70^\circ$

22. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 선분 AB 의 중점에 점 M 을 잡고, 선분 BC 의 연장선과 점 M 에서 그은 직선이 만나는 점을 D 라 한다. $\angle A = 30^\circ$, $\angle CDM = 25^\circ$ 일 때, $\angle CMD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : $35 \quad \quad$

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이고 M 은 선분 AB 의 중점이므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} \quad (\because \text{외심})$$

따라서 $\triangle MBC$ 는 이등변삼각형이므로

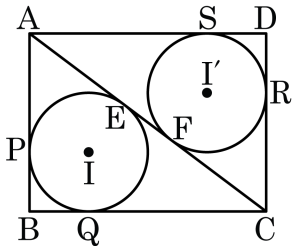
$$\angle B = \angle BCM = \angle CMD + \angle CDM$$

$$\angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ = \angle BCM$$

$$\angle BCM = \angle CMD + \angle CDM \text{ 이므로}$$

$$\angle CMD = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ \text{ 이다.}$$

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내접원 I, I' 과 대각선 AC 와의 교점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2cm

해설

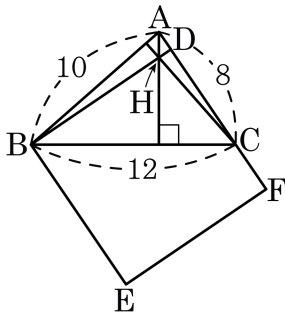
$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$$(6 - x) + (10 - x) = 8 \quad \therefore x = 4(\text{cm})$$

$\overline{AE} = \overline{CF} = 4(\text{cm})$ 이므로

$$\therefore \overline{EF} = 10 - (4 + 4) = 2(\text{cm})$$

24. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 수심을 H라 하고, 점 B와 H를 잇는 직선이 변 AC와 만나는 점을 D라고 하였다. 삼각형 ABC의 넓이가 36일 때, 정사각형 BDFE의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

선분 BD는 삼각형 ABC의 수심 H를 지나므로 변 AC에 수직인 선분이다.

$\triangle ABC$ 의 넓이가 36이므로

$$36 = \frac{1}{2} \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{BD}$$

$$\overline{BD} = 9$$

따라서 $\overline{BD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDFE의 넓이는 $9^2 = 81$ 이다.