

1. 복소수  $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$  가 실수가 되도록 하는 실수  $a$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로  $a-3=0$

$$\therefore a=3$$

2. 등식  $(4 + i)x + 2 + 2yi = 2 + 5i$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + 2y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -5

② -3

③ 0

④ 5

⑤ 3

해설

$$(4x + 2) + (x + 2y)i = 2 + 5i$$

$$4x + 2 = 2, \quad x + 2y = 5$$

3. 복소수  $\frac{2+3i}{1-i}$  를  $a+bi$  꼴로 나타낼 때,  $a+b$  의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+5i}{2}$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2$$

4. 실수  $x, y$  에 대하여 복소수  $z = x + yi$  가  $z\bar{z} = 4$  를 만족할 때,  $x^2 + y^2$  의 값은? (단,  $\bar{z}$  는  $z$  의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$z = x + yi$  에서  $\bar{z} = x - yi$  이므로

$$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$$

주어진 조건에서  $z \cdot \bar{z} = 4$  이므로

$$x^2 + y^2 = 4$$

5. 다음 중 옳은 것은?

①  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

②  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③  $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

②  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③  $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

6. 복소수  $z = (2 + i)a^2 + (1 + 4i)a + 2(2i - 3)$  이 순허수일 때, 실수  $a$ 의 값은?

①  $-2$

②  $1$

③  $\frac{3}{2}$

④  $\frac{5}{2}$

⑤  $3$

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로  $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a + 2)(2a - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데  $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

7.  $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$  가 순허수가 되는 실수  $x$  의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면  $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$  이고  
순허수가 되기 위해선  $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$  이어야  
하므로  $x = -3$  또는  $x = 2$  이다.

그런데  $x^2 - x - 2 \neq 0$  이어야 하므로  $x \neq 2$

따라서  $x = -3$

8.  $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i,$$

$$(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i \text{ 에서}$$

복소수의 상등에 의하여

$$x + 3y = 1, \quad -3x + 2y = 8 \text{ 이고}$$

$$\text{연립하여 풀면 } y = 1, \quad x = -2$$

$$\therefore x + y = -1$$



9. 복소수  $z$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수이다.)

보기

- ㉠  $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.  
㉡  $z + \bar{z}$ 는 실수이다.  
㉢  $z - \bar{z}$ 는 허수이다.  
㉤  $(z + 1)(\bar{z} + 1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)로 놓으면  $\bar{z} = a - bi$  이므로

㉠  $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$  (실수)

㉡  $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$  (실수)

㉢  $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$  이면 실수,  $b \neq 0$  이면 허수이다.

㉤  $(z + 1)(\bar{z} + 1) = (a + bi + 1)(a - bi + 1)$   
 $= (a + 1 + bi)(a + 1 - bi)$   
 $= (a + 1)^2 + b^2$  (실수)

10.  $z = 1 - i$  일 때,  $\frac{\bar{z} - 1}{z} - \frac{z - 1}{\bar{z}}$  의 값은?

①  $-i$

②  $i$

③  $-2i$

④  $2i$

⑤  $1$

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1 - i} - \frac{-i}{1 + i} = \frac{2i}{2} = i$$

11. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{-6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \frac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$$

$$\textcircled{1} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{2} \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$$

$$\textcircled{3} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}$$

$$\textcircled{4} \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉥}}$$

$$\textcircled{5} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \frac{4}{\sqrt{-4}} = \frac{4}{2i} = -2i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$$

12.  $x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$  일 때,  $3x^2 - 2x$  의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $-i$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $i$

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$ ,  $3x - 1 = -\sqrt{2}i$  의 양변을 제곱하면

$$9x^2 - 6x + 1 = -2, \quad 9x^2 - 6x = -3$$

양변을 3으로 나누면

$$\therefore 3x^2 - 2x = -1$$

13.  $z = \frac{\sqrt{2}}{1-i}$  일 때,  $z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1$  의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1-i} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2}$$

$$\begin{aligned} z^2 &= \left( \frac{\sqrt{2}}{1-i} \right)^2 = \frac{2}{1-2i+i^2} = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i} \\ &= -\frac{i}{i^2} = i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore z^4 + z^2 - \sqrt{2}z + 1 &= i^2 + i - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}(1+i)}{2} + 1 \\ &= -1 + i - (1+i) + 1 = -1 \end{aligned}$$

14. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f(n)$ 과 다음과 같다고 하자.

$$f(n) = \begin{cases} i^{n+1} (n = 4k) \\ -i^n (n = 4k + 1) \text{ (단, } k \text{는 정수)} \\ 2i (n = 4k + 2) \\ -i (n = 4k + 3) \end{cases}$$

(단,  $k$ 는 정수)이 때,  $f(1) + f(2) + \cdots + f(2005)$ 를 구하면?

①  $i$

②  $-i$

③  $0$

④  $500i$

⑤  $501i$

#### 해설

$$n = 4k \Rightarrow f(n) = i^{4k+1} = i$$

$$n = 4k + 1 \Rightarrow f(n) = -i^{4k+1} = -i$$

$$n = 4k + 2 \Rightarrow f(n) = 2i$$

$$n = 4k + 3 \Rightarrow f(n) = -i$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = -i + 2i - i + i = i$$

계속 반복되므로

$$f(1) + f(2) + \cdots + f(2005)$$

$$= i \times 501 + f(2005)$$

$$= 501i - i = 500i$$

15.  $\frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z-1}{\bar{z}} = i$ 를 만족하는 복소수  $z$ 에 대하여  $z^2$ 의 값을 구하면?

①  $\pm 1$

②  $\pm 2i$

③  $\pm 2$

④  $\pm i$

⑤ 0

해설

$$\begin{cases} z = a + bi \\ z = a - bi \end{cases}$$

$$\frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z-1}{\bar{z}} = i$$

$$\frac{\bar{z}^2 + \bar{z} + z^2 - z}{z\bar{z}} = i$$

$$\frac{a^2 - 2abi - b^2 + a - bi + a^2 + 2abi - b^2 - a - bi}{a^2 + b^2}$$

$$= i$$

$$\frac{2(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2} + \frac{-2b}{a^2 + b^2}i = i$$

$$a^2 = b^2, \frac{-2b}{a^2 + b^2} = +1$$

$$\therefore a = \pm 1, b = -1$$

$$z = \pm 1 - i, z^2 = \pm 2i$$