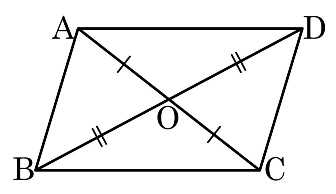
1. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 □ABCD 에서
△OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{ㄱ}$)
따라서, $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (SAS 합동)
$\angle OAB = \boxed{ㄴ}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC} \cdots$ ㉠
마찬가지로 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
$\therefore \overline{AD} /\!/ \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAB

② ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAD

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠ODA

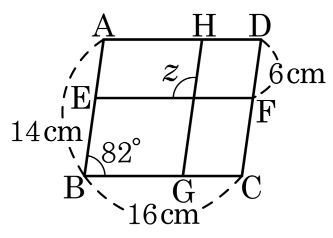
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : ∠OAD

해설

ㄱ: 맞꼭지각, ㄴ: ∠OCD

2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EF}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{HG}$ 일 때, z 의 값은?

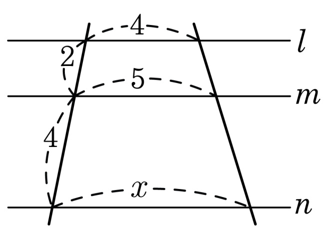


① 82° ② 86° ③ 90° ④ 92° ⑤ 98°

해설

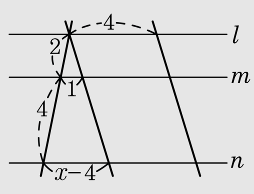
$\angle z = 180° - 82° = 98°$

3. 다음 그림에서 $l//m//n$ 일 때, x 의 값은?



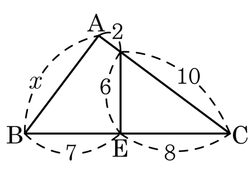
① 7　② 7.5　③ 8　④ 8.5　⑤ 9

해설



다음과 같이 보조선을 그으면
$2 : 1 = 6 : (x - 4)$ 이므로 $2x - 8 = 6$
$\therefore\ x = 7$

4. 다음 그림에서 닮음을 이용하여 x 의 값을 구하면?

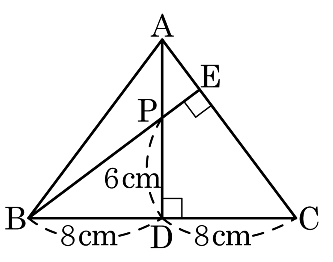


① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 12

해설

$\triangle$CDE 와 $\triangle$CBA 에서
$\overline{\mathrm{CD}} : \overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{CE}} : \overline{\mathrm{CA}} = 2 : 3$
$\angle$C 는 공통
$\therefore \triangle\mathrm{CDE} \backsim \triangle\mathrm{CBA}$(SAS닮음)
$\overline{\mathrm{CD}} : \overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{BA}}$
$10 : 15 = 6 : x$
$x = 9$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{AC} \perp \overline{BE}$ 이고, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 P 라고 한다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 8\text{cm}$, $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이는?



① 2cm ② 1.5cm ③ 2.5cm

④ $\frac{14}{3}$cm ⑤ $\frac{17}{3}$cm

해설

$\triangle BDP$ 와 $\triangle ADC$ 에서 $\angle PBD = \angle CAD$

$\angle PDB = \angle CDA = 90°$ 이므로

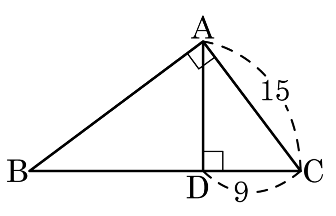
$\triangle BDP \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)

$\overline{BD} : \overline{PD} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 이므로 $8 : 6 = \overline{AD} : 8$

$\overline{AD} = \frac{32}{3}$

$\therefore\ \overline{AP} = \frac{32}{3} - 6 = \frac{14}{3}$ (cm)

6. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$, $\angle AHC = 90°$ 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 80　② 96　③ 120　④ 135　⑤ 150

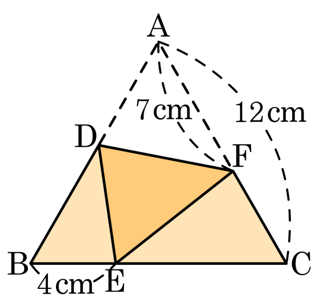
해설

$\overline{AC}^2 = \overline{HC} \times \overline{BC}$, $15^2 = 9(9 + \overline{BH})$ $\therefore \overline{BH} = 16$

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$, $\overline{AH}^2 = 16 \times 9$ $\therefore \overline{AH} = 12$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 25 \times 12 = 150$

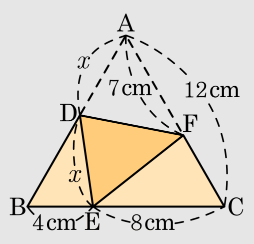
7. 다음 그림은 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변BC 위의 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AF} = 7\text{cm}$, $\overline{BE} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 와 $\overline{AD}$ 의 길이의 차는?



① 12cm　② $\frac{4}{5}$cm　③ $\frac{32}{5}$cm
④ $\frac{28}{5}cm$　⑤ 0cm

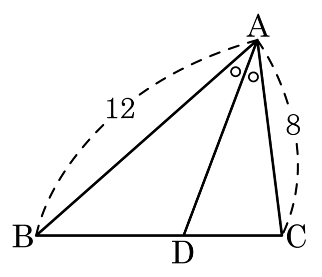
해설

다음 그림의 $\triangle$BED 와 $\triangle$CFE 에서
$\angle BED = \angle CFE$
$\angle B = \angle C = 60^\circ \cdots$ ㉠
$\angle BED + \angle BDE = 120^\circ$
$\angle BED + \angle CEF = 120^\circ$ ($\because \angle DEF = \angle A = 60^\circ$)
$\therefore \ \angle BDE = \angle CEF \ \cdots$ ㉡



㉠, ㉡에서 $\triangle$BED ∽ $\triangle$CFE
$\overline{AF} = \overline{EF} = 7$ (cm)
$\overline{FC} = 12 - 7 = 5$ (cm)
$\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 이므로 $4 : 5 = x : 7$
$5x = 28 \qquad \therefore \ x = \frac{28}{5}$
$\overline{BD} = 12 - \frac{28}{5} = \frac{32}{5}$ (cm), $\overline{AD} = \frac{28}{5}$ (cm)
따라서 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AD}$ 의 길이의 차는 $\frac{32}{5} - \frac{28}{5} = \frac{4}{5}$ 이다.

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 35cm^2 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?

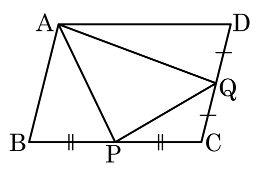


① 7cm^2 ② 9cm^2 ③ 14cm^2
④ 21cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

$\overline{AD}$ 는 A 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고, 밑변이 $3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle BDC = 3 : 2$ 이다.
$\triangle ABD = \frac{3}{5}\triangle ABC = \frac{3}{5} \times 35 = 21$
$\triangle ACD = \frac{2}{5}\triangle ABC = \frac{2}{5} \times 35 = 14$
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $21 - 14 = 7(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 84\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?



① 29.5cm^2 ② 30cm^2 ③ 30.5cm^2

④ 31cm^2 ⑤ 31.5cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle APQ &= \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ \\ &= 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{8} \times 84 \\ &= 84 - 21 - 21 - 10.5 \\ &= 31.5\,(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

10. 닮음비가 $4:5$ 인 두 정사각형이 있다. 이 두 정사각형의 둘레의 합이 $72\mathrm{cm}$ 일 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $b\,\mathrm{cm}$ 라고 하자. $a+b$ 의 값은?

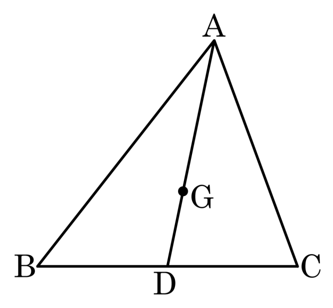
① 8 ② 10 ③ 18 ④ 32 ⑤ 40

해설

두 정사각형의 둘레의 합이 $72\mathrm{cm}$ 이므로 작은 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{4}{9}=32(\mathrm{cm})$, 큰 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{5}{9}=40(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 한 변의 길이는 각각 $a=8,\ b=10$ 이다.

$\therefore a+b=8+10=18$

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 $\overline{GD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 비를 구하면?

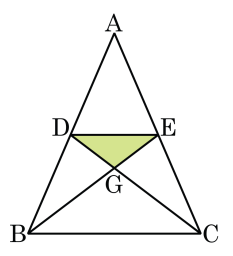


① 3 : 1 ② 5 : 2 ③ 4 : 3 ④ 4 : 1 ⑤ 2 : 1

해설

점 G가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로
$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다. $\overline{GD}$ 의 길이를 a 라고 하면 $\overline{GD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 a^2 이고, $\overline{AG}$ 의 길이는 $2a$ 이므로 $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $4a^2$ 이다.
따라서 넓이의 비는 4 : 1 이다.

12. 다음 그림에서 점G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.$\triangle ABC = 60cm^2$, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 일 때, $\triangle DGE$ 의 넓이를 구하면?



① $4cm^2$　② $5cm^2$　③ $6cm^2$

④ $7cm^2$　⑤ $8cm^2$

해설

$\triangle EGC = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 60 = 10(cm^2)$

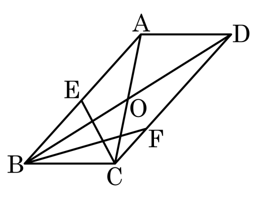
$\overline{DG} : \overline{GC} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle EDG : \triangle EGC = 1 : 2$,

$\triangle EDG : 10 = 1 : 2$,

$\therefore \triangle EDG = 5(cm^2)$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BO}}$, $\overline{\mathrm{BF}}$ 는 $\angle\mathrm{B}$ 의 삼등분선이다. $\angle\mathrm{BEC} = 70°$, $\angle\mathrm{BCE} = 62°$ 일 때, $\angle\mathrm{BFC}$ 의 크기는?



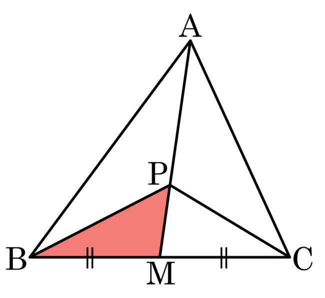
① 32°　② 50°　③ 57°
④ 63°　⑤ 70°

해설

$\angle\mathrm{EBC} = 180° - (70° + 62°) = 48°$
$\angle\mathrm{BCF} = 180° - 48° = 132°$
$\angle\mathrm{FBC} = 48 \div 3 = 16°$

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{BFC} &= 180° - (\angle\mathrm{BCF} + \angle\mathrm{FBC}) \\ &= 180° - (132° + 16°) \\ &= 32°\end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} = 2\overline{PM}$이다. $\triangle ABC = 60cm^2$일 때, $\triangle PBM$ 의 넓이는?



① $10cm^2$　② $15cm^2$　③ $20cm^2$
④ $25cm^2$　⑤ $30cm^2$

해설
$\overline{AP} = 2\overline{PM}$이므로 $\triangle ABP = 2\triangle PBM$이다.
$\therefore \triangle ABM = 3\triangle PBM$
또, $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$이다.
따라서 $\triangle ABC = 6\triangle PBM$이므로 $60 = 6\triangle PBM$
$\therefore \triangle PBM = 10(cm^2)$

15. 축척이 $1:40000$ 인 지도 위에서 넓이가 $5\,\mathrm{cm}^2$ 인 땅의 실제의 넓이는?

① $0.5\,\mathrm{km}^2$ ② $0.6\,\mathrm{km}^2$ ③ $0.7\,\mathrm{km}^2$
④ $0.8\,\mathrm{km}^2$ ⑤ $0.9\,\mathrm{km}^2$

해설

(축척) $= 1:40000$,
(넓이의 비) $= 1:1600000000$
(땅의 실제 넓이) $= 5 \times 1600000000$
$= 8000000000\ (\mathrm{cm}^2)$
$= 0.8\ (\mathrm{km}^2)$