1. 등식 $3x-2yi=(2+i)^2$이 성립하는 x, y에 대하여 두 수를 곱하면?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$3x-2yi=(2+i)^2=3+4i$

$x=1,\quad y=-2$

$\therefore\ xy=-2$

2. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

㉠ $z \cdot \bar{z}$는 실수이다.

㉡ $z + \bar{z}$는 실수이다.

㉢ $z - \bar{z}$는 허수이다.

㉣ $(z+1)(\bar{z}+1)$은 실수이다.

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉣　③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉣　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a+bi) + (a-bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉣ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$

$= (a+1+bi)(a+1-bi)$

$= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

3. $z = 1 - i$ 일 때, $\dfrac{\bar{z}-1}{z} - \dfrac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값은?

① $-i$ ② i ③ $-2i$ ④ $2i$ ⑤ 1

해설

$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$

$\therefore$ (준식) $= \dfrac{i}{1-i} - \dfrac{-i}{1+i} = \dfrac{2i}{2} = i$

4. k의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k+2)y - (k^2 - 4)z = 28$이 항상 성립하도록 x, y, z의 값을 정할 때, $3x + y + z$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

주어진 식을 k에 대해 정리하면
$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$
$\therefore\ 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$
$z = 2x,\ y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$에 대입하면
$x = 2,\ y = -6,\ z = 4$
$\therefore\ 3x + y + z = 4$

5. $(m^2-4)x-1=m(3x+1)$를 만족하는 x가 없도록 하는 상수 m의 값은?

① -1 ② -2 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(m^2-3m-4)x-1-m=0$의 해가 없으므로
$m^2-3m-4=0$ 이고 $-m-1\neq 0$
$\therefore m=4$

6. $x^3 - x^2 + 2 = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 항등식일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\
 & & -1 & 2 & -2 \\
\hline
-1 & 1 & -2 & 2 & \boxed{0} \\
 & & -1 & 3 & \\
\hline
-1 & 1 & -3 & \boxed{5} & \\
 & & -1 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{-4} & &
\end{array}$$

$\therefore\ a = -4,\ b = 5,\ c = 0$

$\therefore\ a + b + c = 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$2 = 1 + a + b + c$

$\therefore\ a + b + c = 1$

7. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은? (단, $z \neq \pm i$ 이고 $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $z \cdot \bar{z} = 1$　　② $z + \bar{z} = 0$

③ $z + \bar{z} = 1$　　④ $z + \bar{z} = -1$

⑤ $(z+1)(\bar{z}+1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z}) - z\bar{z}(z-\bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z})(1-z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모)$\neq 0$ 이므로

(분자)$= (z-\bar{z})(1-z\bar{z}) = 0$

z 가 실수가 아니므로 $z \neq \bar{z}$

$\therefore z\bar{z} = 1$

8. 복소수 $(1+2i)x-(2+i)y+i$를 제곱하였더니 -9가 되었다. 이 때, $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고 x, y는 실수이다.)

① 2 또는 −4　　② 2 또는 −3　　③ −1 또는 3

④ −1 또는 −3　　⑤ −1 또는 −2

해설

$z=(x-2y)+(2x-y+1)\,i$

$z^2=-9$

즉, z는 순허수이다.

$\therefore\ x-2y=0,\ (2x-y+1)^2=9$

$x=2y$ 와 $2x-y+1=\pm3$을 연립하여 풀면

$y=\dfrac{2}{3}\rightarrow x=\dfrac{4}{3}$

$y=-\dfrac{4}{3}\rightarrow x=-\dfrac{8}{3}$

$\therefore\ x+y=2$ 또는 -4 이다.

9. $4-3i+\dfrac{3-5i}{1+i}+4i+\dfrac{-3+5i}{1+i}-\dfrac{2}{1-i}$ 를 간단히 한 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $-i$　　② 3　　③ $4i$

④ 5　　⑤ $1+3i$

해설

$$4-3i+\frac{3-5i}{1+i}+4i+\frac{-3+5i}{1+i}-\frac{2}{1-i}$$
$$=4-3i+4i+\frac{3-5i-3+5i}{1+i}-\frac{2}{1-i}$$
$$=4+i-\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}$$
$$=4+i-\frac{2(1+i)}{1+1}=4+i-1-i=3$$

10. 방정식 $(a^2-3)x-1=a(2x+1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(a^2-2a-3)x=a+1$
$(a-3)(a+1)x=a+1$
$\therefore a=3$ 이면 해가 없다.

11. 방정식 $a^2-(1+x)a+2x-2=0$의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x=(x+3)a-10$의 해는?

① -3　　② -1　　③ 0　　④ 2　　⑤ 4

해설

$a^2-a-ax+2x-2=0$, $(a-2)x=a^2-a-2$
$(a-2)x=(a-2)(a+1)$
ⅰ) $a\neq 2$일 때, $x=a+1$
ⅱ) $a=2$일 때, $0\cdot x=0$ 이므로 해는 무수히 많다.
ⅰ), ⅱ)에서 $a=2$일 때이다.
따라서 방정식 $x=(x+3)a-10$에 $a=2$를 대입하면
$x=(x+3)\cdot 2-10, x=2x-4$ $\therefore x=4$

12. $x = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^4 - 3x^3 + 3x - 2$ 의 값은?

① $2+\sqrt{3}i$ ② $2-\sqrt{3}i$ ③ $3+\sqrt{3}i$

④ $-3+\sqrt{3}i$ ⑤ $3-\sqrt{3}i$

해설

$x = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$, $2x = 1+\sqrt{3}i$, $2x-1=\sqrt{3}i$

$4x^2-4x+1=-3$

$4x^2-4x+4=0$

$x^2-x+1=0$

x^4-3x^3+3x-2 를 x^2-x+1 로 나누면

x^4-3x^3+3x-2

$=(x^2-x+1)(x^2-2x-3)+2x+1$

$=0+2x+1$

$=2\times\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}+1$

$=2+\sqrt{3}i$

13. $\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\dfrac{y}{x}}$가 성립할 때,

$\sqrt{(y-x+1)^2} + \sqrt[3]{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)} + |x|$를 간단히 하면?

① $x-1$ ② $-x+1$ ③ $2y-3x+1$

④ $3x-2y-1$ ⑤ $-3x-2y-1$

해설

$\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\dfrac{y}{x}}$ 일 때, $y \geq 0,\ x < 0$

(준식) $= |y-x+1| + \sqrt[3]{(x-y)^3} + |x|$

$= y-x+1+x-y-x = -x+1$

14. $f(x) = x^2 + a$에 대하여 $f(x^2)$은 $f(x)$로 나누어 떨어진다. 이 때, $f(0)$를 구하면? (단, $a \neq 0$)

① 2 ② -2 ③ 0 ④ 1 ⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 + a$에서 $f(x^2) = x^4 + a$
$f(x^2)$은 $f(x)$로 나누어 떨어지므로
$x^4 + a = (x^2 + a)Q(x)$
양변에 $x^2 = -a$를 대입하면
$a^2 + a = 0, a(a+1) = 0$
$\therefore\ a = -1(\because a \neq 0)$
$f(x) = x^2 - 1 \quad \therefore\ f(0) = -1$

15. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $2f(x)-g(x)$ 를 x^2+1 로 나눈 나머지 $R(x)$ 는 $g(x)$ 를 x^2+1 로 나눈 나머지와 같다. $f(x)$ 를 x^2+1 로 나눈 나머지가 $2x+4$ 일 때, $R(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$2f(x)-g(x)=(x^2+1)A(x)+R(x)$

$g(x)=(x^2+1)B(x)+R(x)$ 라 둘 수 있다.

따라서 $2f(x)=g(x)+(x^2+1)A(x)+R(x)$

$=(x^2+1)B(x)+R(x)+(x^2+1)A(x)+R(x)$

$=(x^2+1)\left\{A(x)+B(x)\right\}+2R(x)$

즉, $f(x)=(x^2+1)\frac{1}{2}\left\{A(x)+B(x)\right\}+R(x)$

$\therefore\ R(x)=2x+4$ 이고 $R(10)=24$

16. a, b 가 양의 정수이고, 다항식 $f(x) = x^4 + ax^3 + x^2 + bx - 2$ 이다. $f(x)$ 가 일차식 $x - \alpha$ 를 인수로 갖게 하는 정수 α 의 값과 $a, b(a > b)$ 의 값에 대하여 $\alpha^2 + a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

α가 될 수 있는 상수항 -2의 약수인 ± 1, ± 2을 준식에 차례로 대입해 보면

$f(1) = 1 + a + 1 + b - 2 = 0,\ a + b = 0$

$f(-1) = 1 - a + 1 - b - 2 = 0,\ a + b = 0$

$f(2) = 16 + 8a + 4 + 2b - 2 = 0,\ 4a + b = -9$

$f(-2) = 16 - 8a + 4 - 2b - 2 = 0,\ 4a + b = 9$

그런데, 위의 세 식은 a, b가 양의 정수라는 조건을 충족시키지 못한다.

$\therefore\ \alpha = -2$ 이고 $4a + b = 9$

$\alpha = -2,\ a = 2,\ b = 1\ (\because\ a > b\ )$

$\therefore\ \alpha^2 + a^2 + b^2 = 9$

17. 다음 중 $\sin^2 \mathrm{A}$ 와 항상 같은 값인 것을 보기에서 골라라.

보기

㉠ $(\sin \mathrm{A})^2$	㉡ $\sin A^2$
㉢ $2 \sin \mathrm{A}$	㉣ $2 \cos \mathrm{A}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $\sin^2 \mathrm{A} = \sin\mathrm{A} \times \sin\mathrm{A} = (\sin\mathrm{A})^2$ 과 같다.
㉡ (반례) $\sin^2 30° \neq \sin 30^{2}° = \sin 900°$
㉢ (반례) $\sin^2 30° = \dfrac{1}{4} \neq 2 \sin 30° = 1$
㉣ (반례) $\sin^2 30° = \dfrac{1}{4} \neq 2 \cos 30° = \sqrt{3}$

18. $\sin^2 x = \cos x$ 일 때, $\frac{1}{1-\cos x} - \frac{1}{1+\cos x}$ 의 값을 구하여라.

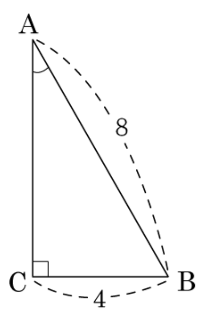
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{1}{1-\cos x} - \frac{1}{1+\cos x}$
$= \frac{1+\cos x-(1-\cos x)}{1-\cos^2 x}$
$= \frac{2\cos x}{\sin^2 x}$
$= \frac{2\cos x}{\cos x}$ $(\because\ \sin^2 x = \cos x)$
$= 2$

19. 다음과 같은 직각삼각형 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$일 때, $\sin A - \tan A$의 값은?



① $\dfrac{1-\sqrt{3}}{6}$ ② $\dfrac{2-\sqrt{3}}{6}$

③ $\dfrac{2-2\sqrt{2}}{6}$ ④ $\dfrac{3-2\sqrt{2}}{6}$

⑤ $\dfrac{3-2\sqrt{3}}{6}$

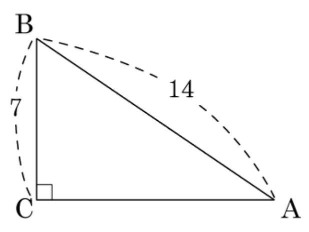
해설

$\overline{AC} = \sqrt{8^2-4^2} = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\sin A = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$, $\tan A = \dfrac{4}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin A - \tan A = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{3-2\sqrt{3}}{6}$

20. 다음의 직각삼각형 ABC 에서 $\cos A + \sin A$ 의 값을 바르게 구한 것은?



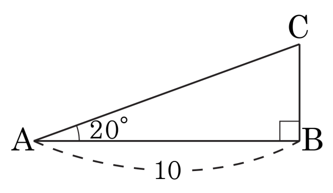
① $\dfrac{6\sqrt{3}+5}{14}$ ② $\dfrac{6\sqrt{3}+7}{14}$
③ $\dfrac{7\sqrt{3}+5}{14}$ ④ $\dfrac{7\sqrt{3}+7}{14}$
⑤ $\dfrac{8\sqrt{3}+5}{14}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{14^2 - 7^2} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$

$\cos A + \sin A = \dfrac{7\sqrt{3}}{14} + \dfrac{7}{14} = \dfrac{7\sqrt{3}+7}{14}$

21. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10$, $\angle A = 20°$ 일 때, 삼각형의 둘레를 구하여라. (단, $\sin 20° = 0.34$, $\cos 20° = 0.94$, $\tan 20° = 0.36$ 으로 계산하고, 계산 결과는 소숫점 둘째자리 까지 나타낸다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 24.24

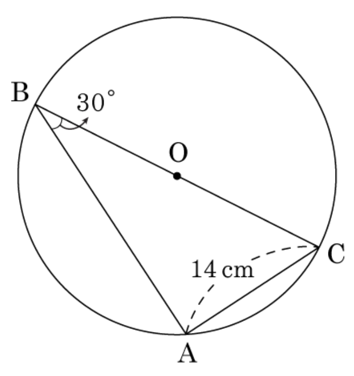
해설

$\cos 20° = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{10}{\overline{AC}}$, $\overline{AC} = \dfrac{10}{\cos 20°} = \dfrac{10}{0.94} = 10.64$

$\tan 20° = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{BC}}{10}$, $\overline{BC} = 10 \tan 20° = 10 \times 0.36 = 3.6$

따라서 삼각형의 둘레는 $10 + 10.64 + 3.6 = 24.24$ 이다.

22. 다음 그림에서 원 O 의 반지름의 길이는?



① 14cm ② 15cm
③ 18cm ④ 20cm
⑤ 21cm

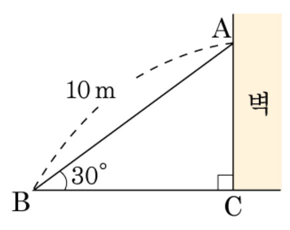
해설

$\sin 30° = \frac{14}{\overline{BC}}, \overline{BC} = \frac{14}{\sin 30°}$

$\overline{BC} = 14 \div \frac{1}{2} = 14 \times 2 = 28(\text{cm})$

$\therefore$ (반지름) $= 14(\text{cm})$

23. 다음 그림과 같이 길이가 10m 인 사다리가 벽에 걸쳐 있고 지면과 사다리가 이루는 각의 크기는 30° 이다. 이때, 사다리의 한 쪽 끝인 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이를 구하여라.

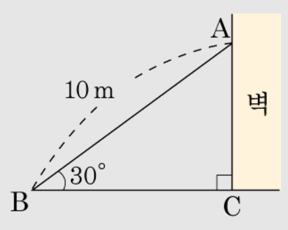


▶ 답 : ______ m

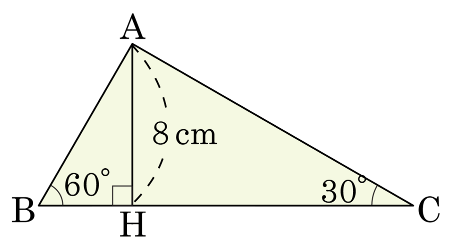
▷ 정답 : 5 m

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 10\sin 30^\circ = 10\times\frac{1}{2} = 5(\mathrm{m})$



24. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}} = 8\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$ ② $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$ ③ $2\sqrt{3}\mathrm{cm}$
④ $\dfrac{32\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$ ⑤ $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}$

해설

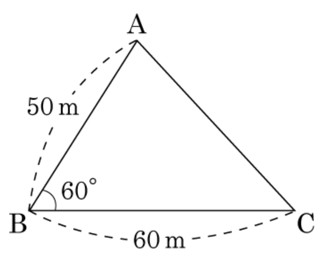
$\sin 30° = \dfrac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{AC}}}$

$\overline{\mathrm{AC}} = \dfrac{\overline{\mathrm{AH}}}{\sin 30°} = 8 \div \dfrac{1}{2} = 16(\mathrm{cm})$

$\sin 60° = \dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}$

따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\sin 60°} = 16 \div \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 32\dfrac{32\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

25. 두 지점 A, C 사이의 거리를 알아보기 위해 오른쪽 그림과 같이 측정하였다. 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $10\sqrt{31}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \sqrt{(25\sqrt{3})^2 + 35^2} \\ &= \sqrt{1875 + 1225} \\ &= \sqrt{3100} \\ &= 10\sqrt{31}(\mathrm{m})\end{aligned}$$