

1. 등식 $3x - 2yi = (2 + i)^2$ 이 성립하는 x, y 에 대하여 두 수를 곱하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$3x - 2yi = (2 + i)^2 = 3 + 4i$$

$$x = 1, \quad y = -2$$

$$\therefore xy = -2$$

2. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
㉤ $(z + 1)(\bar{z} + 1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉤ $(z + 1)(\bar{z} + 1) = (a + bi + 1)(a - bi + 1)$
 $= (a + 1 + bi)(a + 1 - bi)$
 $= (a + 1)^2 + b^2$ (실수)

3. $z = 1 - i$ 일 때, $\frac{\bar{z} - 1}{z} - \frac{z - 1}{\bar{z}}$ 의 값은?

① $-i$

② i

③ $-2i$

④ $2i$

⑤ 1

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1 - i} - \frac{-i}{1 + i} = \frac{2i}{2} = i$$

4. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

5. $(m^2 - 4)x - 1 = m(3x + 1)$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 상수 m 의 값은?

① -1

② -2

③ -4

④ 4

⑤ 5

해설

$(m^2 - 3m - 4)x - 1 - m = 0$ 의 해가 없으므로

$m^2 - 3m - 4 = 0$ 이고 $-m - 1 \neq 0$

$\therefore m = 4$

6. $x^3 - x^2 + 2 = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 항등식일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 -1 & 1 & -1 & 0 & 2 & \\
 & & -1 & 2 & -2 & \\
 \hline
 -1 & 1 & -2 & 2 & 0 & \\
 & & -1 & 3 & & \\
 \hline
 -1 & 1 & -3 & 5 & & \\
 & & -1 & & & \\
 \hline
 & 1 & -4 & & &
 \end{array}$$

$$\therefore a = -4, b = 5, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$2 = 1 + a + b + c$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

7. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은?
(단, $z \neq \pm i$ 이고 $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $z \cdot \bar{z} = 1$

② $z + \bar{z} = 0$

③ $z + \bar{z} = 1$

④ $z + \bar{z} = -1$

⑤ $(z+1)(\bar{z}+1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z}) - z\bar{z}(z-\bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z})(1-z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모) $\neq 0$ 이므로

$$(분자) = (z-\bar{z})(1-z\bar{z}) = 0$$

z 가 실수가 아니므로 $z \neq \bar{z}$

$$\therefore z\bar{z} = 1$$

8. 복소수 $(1 + 2i)x - (2 + i)y + i$ 를 제공하였더니 -9 가 되었다. 이 때, $x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 x, y 는 실수이다.)

- ① 2 또는 -4 ② 2 또는 -3 ③ -1 또는 3
④ -1 또는 -3 ⑤ -1 또는 -2

해설

$$z = (x - 2y) + (2x - y + 1)i$$

$$z^2 = -9$$

즉, z 는 순허수이다.

$$\therefore x - 2y = 0, (2x - y + 1)^2 = 9$$

$x = 2y$ 와 $2x - y + 1 = \pm 3$ 을 연립하여 풀면

$$y = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3} \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$\therefore x + y = 2$ 또는 -4 이다.

9. $4-3i+\frac{3-5i}{1+i}+4i+\frac{-3+5i}{1+i}-\frac{2}{1-i}$ 를 간단히 한 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② 3

③ $4i$

④ 5

⑤ $1+3i$

해설

$$\begin{aligned} & 4-3i+\frac{3-5i}{1+i}+4i+\frac{-3+5i}{1+i}-\frac{2}{1-i} \\ &= 4-3i+4i+\frac{3-5i-3+5i}{1+i}-\frac{2}{1-i} \\ &= 4+i-\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} \\ &= 4+i-\frac{2(1+i)}{1+1}=4+i-1-i=3 \end{aligned}$$

10. 방정식 $(a^2 - 3)x - 1 = a(2x + 1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(a^2 - 2a - 3)x = a + 1$$

$$(a - 3)(a + 1)x = a + 1$$

$\therefore a = 3$ 이면 해가 없다.

11. 방정식 $a^2 - (1+x)a + 2x - 2 = 0$ 의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 의 해는?

① -3

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$a^2 - a - ax + 2x - 2 = 0, (a-2)x = a^2 - a - 2$$

$$(a-2)x = (a-2)(a+1)$$

i) $a \neq 2$ 일 때, $x = a + 1$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

i), ii)에서 $a = 2$ 일 때이다.

따라서 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 에 $a = 2$ 를 대입하면

$$x = (x+3) \cdot 2 - 10, x = 2x - 4 \therefore x = 4$$

12. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^4 - 3x^3 + 3x - 2$ 의 값은?

① $2 + \sqrt{3}i$

② $2 - \sqrt{3}i$

③ $3 + \sqrt{3}i$

④ $-3 + \sqrt{3}i$

⑤ $3 - \sqrt{3}i$

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, 2x = 1 + \sqrt{3}i, 2x - 1 = \sqrt{3}i$$

$$4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$x^4 - 3x^3 + 3x - 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나누면

$$x^4 - 3x^3 + 3x - 2$$

$$= (x^2 - x + 1)(x^2 - 2x - 3) + 2x + 1$$

$$= 0 + 2x + 1$$

$$= 2 \times \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + 1$$

$$= 2 + \sqrt{3}i$$

13. $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$ 가 성립할 때,

$\sqrt{(y-x+1)^2} + {}^3\sqrt{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)} + |x|$ 를 간단히 하면?

① $x - 1$

② $-x + 1$

③ $2y - 3x + 1$

④ $3x - 2y - 1$

⑤ $-3x - 2y - 1$

해설

$$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}} \text{ 일 때, } y \geq 0, x < 0$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= |y - x + 1| + {}^3\sqrt{(x - y)^3} + |x| \\ &= y - x + 1 + x - y - x = -x + 1 \end{aligned}$$

14. $f(x) = x^2 + a$ 에 대하여 $f(x^2)$ 은 $f(x)$ 로 나누어 떨어진다. 이 때, $f(0)$ 를 구하면? (단, $a \neq 0$)

① 2

② -2

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

$$f(x) = x^2 + a \text{에서 } f(x^2) = x^4 + a$$

$f(x^2)$ 은 $f(x)$ 로 나누어 떨어지므로

$$x^4 + a = (x^2 + a)Q(x)$$

양변에 $x^2 = -a$ 를 대입하면

$$a^2 + a = 0, a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a \neq 0)$$

$$f(x) = x^2 - 1 \quad \therefore f(0) = -1$$

15. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $2f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지 $R(x)$ 는 $g(x)$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지와 같다. $f(x)$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지가 $2x + 4$ 일 때, $R(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$2f(x) - g(x) = (x^2 + 1)A(x) + R(x)$$

$$g(x) = (x^2 + 1)B(x) + R(x) \text{라 둘 수 있다.}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } 2f(x) &= g(x) + (x^2 + 1)A(x) + R(x) \\ &= (x^2 + 1)B(x) + R(x) + (x^2 + 1)A(x) + R(x) \\ &= (x^2 + 1)\{A(x) + B(x)\} + 2R(x) \end{aligned}$$

$$\text{즉, } f(x) = (x^2 + 1)\frac{1}{2}\{A(x) + B(x)\} + R(x)$$

$$\therefore R(x) = 2x + 4 \text{ 이고 } R(10) = 24$$

16. a, b 가 양의 정수이고, 다항식 $f(x) = x^4 + ax^3 + x^2 + bx - 2$ 이다. $f(x)$ 가 일차식 $x - \alpha$ 를 인수로 갖게 하는 정수 α 의 값과 $a, b(a > b)$ 의 값에 대하여 $\alpha^2 + a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

α 가 될 수 있는 상수항 -2 의 약수인 $\pm 1, \pm 2$ 을 준식에 차례로 대입해 보면

$$f(1) = 1 + a + 1 + b - 2 = 0, a + b = 0$$

$$f(-1) = 1 - a + 1 - b - 2 = 0, a + b = 0$$

$$f(2) = 16 + 8a + 4 + 2b - 2 = 0, 4a + b = -9$$

$$f(-2) = 16 - 8a + 4 - 2b - 2 = 0, 4a + b = 9$$

그런데, 위의 세 식은 a, b 가 양의 정수라는 조건을 충족시키지 못한다.

$$\therefore \alpha = -2 \text{ 이고 } 4a + b = 9$$

$$\alpha = -2, a = 2, b = 1 (\because a > b)$$

$$\therefore \alpha^2 + a^2 + b^2 = 9$$

17. 다음 중 $\sin^2 A$ 와 항상 같은 값인 것을 보기에서 골라라.

보기

㉠ $(\sin A)^2$

㉡ $\sin A^2$

㉢ $2 \sin A$

㉣ $2 \cos A$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $\sin^2 A = \sin A \times \sin A = (\sin A)^2$ 과 같다.

㉡ (반례) $\sin^2 30^\circ \neq \sin 30^{2^\circ} = \sin 900^\circ$

㉢ (반례) $\sin^2 30^\circ = \frac{1}{4} \neq 2 \sin 30^\circ = 1$

㉣ (반례) $\sin^2 30^\circ = \frac{1}{4} \neq 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$

18. $\sin^2 x = \cos x$ 일 때, $\frac{1}{1 - \cos x} - \frac{1}{1 + \cos x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

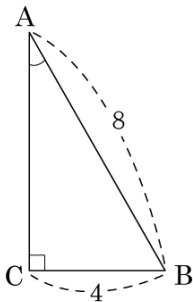
▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 - \cos x} - \frac{1}{1 + \cos x} \\ &= \frac{1 + \cos x - (1 - \cos x)}{1 - \cos^2 x} \\ &= \frac{2 \cos x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{2 \cos x}{\cos x} \quad (\because \sin^2 x = \cos x) \\ &= 2 \end{aligned}$$

19. 다음과 같은 직각삼각형 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$ 일 때, $\sin A - \tan A$ 의 값은?

- ① $\frac{1 - \sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{2 - \sqrt{3}}{6}$
 ③ $\frac{2 - 2\sqrt{2}}{6}$ ④ $\frac{3 - 2\sqrt{2}}{6}$
 ⑤ $\frac{3 - 2\sqrt{3}}{6}$



해설

$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

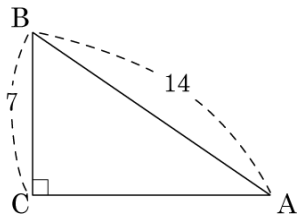
$$\sin A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \tan A = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \sin A - \tan A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{6}$$

20. 다음의 직각삼각형 ABC 에서 $\cos A + \sin A$ 의 값을 바르게 구한 것은?

① $\frac{6\sqrt{3} + 5}{14}$
 ② $\frac{7\sqrt{3} + 5}{14}$
 ③ $\frac{8\sqrt{3} + 5}{14}$

④ $\frac{6\sqrt{3} + 7}{14}$
 ⑤ $\frac{7\sqrt{3} + 7}{14}$

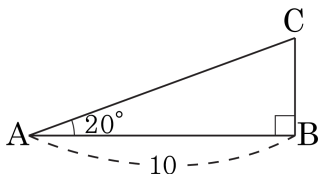


해설

$$\overline{AC} = \sqrt{14^2 - 7^2} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$$

$$\cos A + \sin A = \frac{7\sqrt{3}}{14} + \frac{7}{14} = \frac{7\sqrt{3} + 7}{14}$$

21. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10$, $\angle A = 20^\circ$ 일 때, 삼각형의 둘레를 구하여라.
(단, $\sin 20^\circ = 0.34$, $\cos 20^\circ = 0.94$, $\tan 20^\circ = 0.36$ 으로 계산하고,
계산 결과는 소숫점 둘째자리 까지 나타낸다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 24.24

해설

$$\cos 20^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{10}{\overline{AC}}, \quad \overline{AC} = \frac{10}{\cos 20^\circ} = \frac{10}{0.94} = 10.64$$

$$\tan 20^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{10}, \quad \overline{BC} = 10 \tan 20^\circ = 10 \times 0.36 = 3.6$$

따라서 삼각형의 둘레는 $10 + 10.64 + 3.6 = 24.24$ 이다.

22. 다음 그림에서 원 O의 반지름의 길이는?

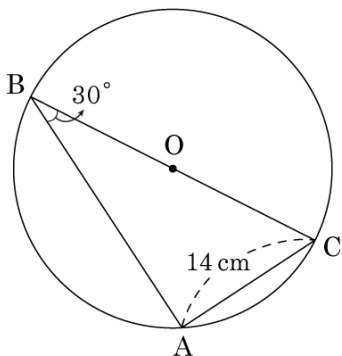
① 14cm

② 15cm

③ 18cm

④ 20cm

⑤ 21cm



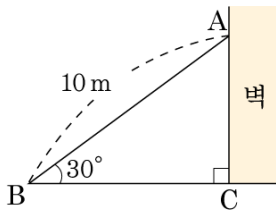
해설

$$\sin 30^\circ = \frac{14}{\overline{BC}}, \overline{BC} = \frac{14}{\sin 30^\circ}$$

$$\overline{BC} = 14 \div \frac{1}{2} = 14 \times 2 = 28(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{반지름}) = 14(\text{cm})$$

23. 다음 그림과 같이 길이가 10m 인 사다리가 벽에 걸쳐 있고 지면과 사다리가 이루는 각의 크기는 30° 이다. 이때, 사다리의 한 쪽 끝인 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.

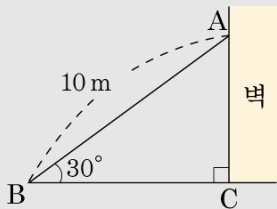


▶ 답: m

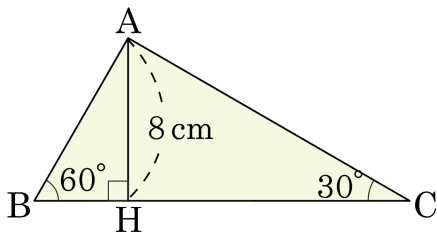
▷ 정답: 5 m

해설

$$\overline{AC} = 10 \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{m})$$



24. 다음 그림에서 $\overline{AH} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

② $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

③ $2\sqrt{3}\text{cm}$

④ $\frac{32\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

⑤ $\frac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

해설

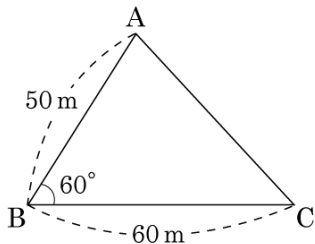
$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 30^\circ} = 8 \div \frac{1}{2} = 16(\text{cm})$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} = \frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ} = 16 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 32 \frac{32\sqrt{3}}{3}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

25. 두 지점 A, C 사이의 거리를 알아보기 위해 오른쪽 그림과 같이 측정하였다. 두 지점 A, C 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $10\sqrt{31}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \sqrt{(25\sqrt{3})^2 + 35^2} \\ &= \sqrt{1875 + 1225} \\ &= \sqrt{3100} \\ &= 10\sqrt{31}(\text{m})\end{aligned}$$

