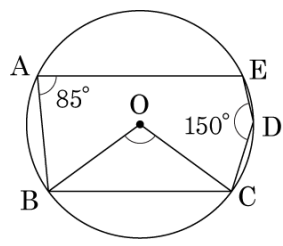


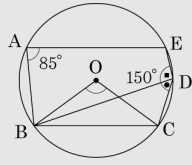
1. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접하고 $\angle A = 85^\circ$, $\angle D = 150^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기는?

- ① 90° ② 100° ③ 140°
 ④ 110° ⑤ 120°



해설

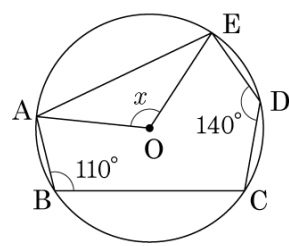
점 B 와 D 에 선분을 그으면



$\angle EDB = 95^\circ$ 이므로 $\angle BDC = 150^\circ - 95^\circ = 55^\circ$
 $\angle BOC$ 는 $\angle BDC$ 의 중심각이므로
 $\therefore \angle BOC = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$

2. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접하고 $\angle B = 110^\circ$, $\angle D = 140^\circ$ 일 때, $\angle AOE$ 의 크기는?

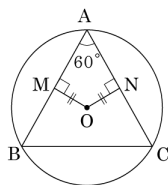
- ① 100° ② 110° ③ 120°
④ 130° ⑤ 140°



해설

보조선 $\overline{BE}$ 를 그으면 $\square BCDE$ 는 내접하므로 대각의 합 $\angle CDE + \angle EBC = 180^\circ$
 $\therefore \angle EBC = 40^\circ$
 $\angle ABE = 110^\circ - 40^\circ = 70^\circ$
 $\angle AOE$ 는 $\angle ABE$ 의 중심각이므로
 $\therefore x^\circ = 2\angle ABE = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$

3. 다음 그림에서 $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



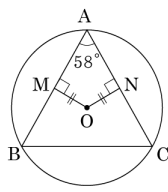
- ① 59° ② 60° ③ 61° ④ 62° ⑤ 63°

해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$

4. 다음 그림에서 $\angle A = 58^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

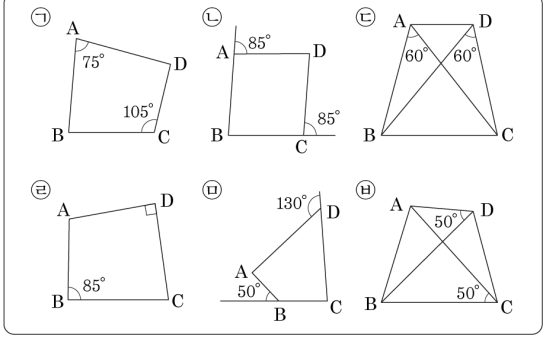
▶ 정답 : 61°

해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = (180^\circ - 58^\circ) \div 2 = 61^\circ$

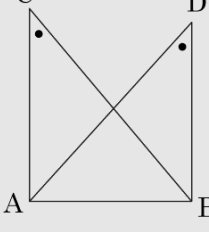
5. 다음 중 원에 내접하는 사각형을 모두 고른 것은?



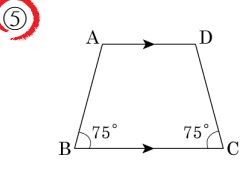
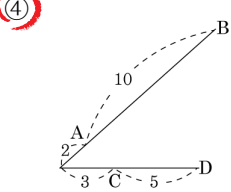
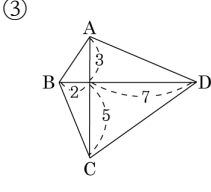
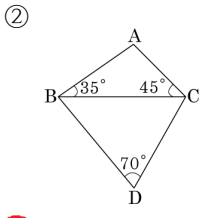
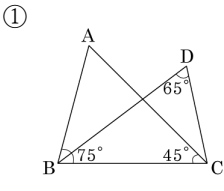
- ① ㉠, ㉡
 ② ㉠, ㉢
 ③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉥
- ④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥
 ⑤ ㉢, ㉣, ㉥

해설

원에 내접하는 사각형은 한 쌍의 대각의
 합이 180° 이므로
 ㉠, ㉢이 내접사각형이다.
 또, 다음의 경우 네 점이 한 원 위에 있게
 된다.
 따라서, ㉢, ㉥이 원에 내접한다.



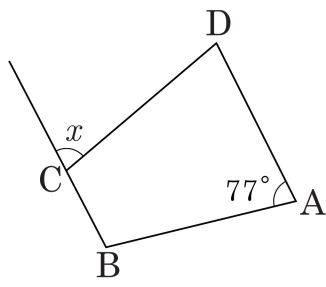
6. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것을 모두 고르면?



해설

- ④ $2 \times 12 = 3 \times 8 = 24$
⑤ $\angle BAD = 105^\circ$
 $\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

7. 다음과 같이 원에 내접하는 □ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?

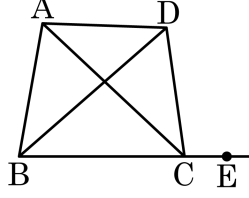


- ① 75° ② 76° ③ 77° ④ 78° ⑤ 79°

해설

□ABCD 가 원에 내접하려면 $\angle x = \angle A$

8. 다음 그림의 □ABCD가 원에 내접할 조건인 것은 ‘○’표, 조건이 아닌 것은 ‘×’표 하여라.



- (1) $\angle DAC = \angle DBC$ ()
(2) $\angle ADB = \angle CDB$ ()
(3) $\angle ADC + \angle DCE = 180^\circ$ ()

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) ○

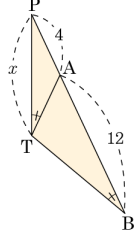
▷ 정답 : (2) ×

▷ 정답 : (3) ×

해설

(1) $\angle DAC = \angle DBC$ 이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

9. 다음 그림에서 $\angle ATP = \angle ABT$ 가 성립할 때, x 값을 구하면?

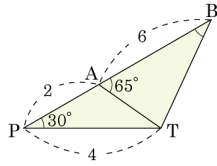


- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

$\angle ATP = \angle ABT$ 이 같으므로 $\overline{PT}$ 는 세 점 A, T, B 을 지나는 원의 접선이다.
따라서, $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$, $x^2 = 4 \times (4 + 12) = 4 \times 16 = 64$, $x = 8$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{PT} = 4$ 이고 $\angle APT = 30^\circ$, $\angle BAT = 65^\circ$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기는?



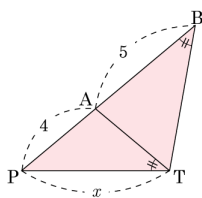
- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow 4^2 = 2 \times 8$ 이 성립하므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이다.

따라서, $\angle ABT = \angle ATP = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\angle ATP = \angle ABT$ 가 성립할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

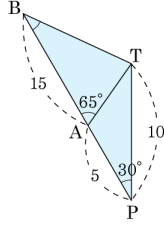
▶ 정답 : 6

해설

$\angle ATP = \angle ABT$ 이 같으므로 $\overline{PT}$ 는 세 점 A, T, B 을 지나는
 일의 직선이다.

따라서, $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$, $x^2 = 4 \times 9$, $x = 6$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 5$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{PT} = 10$ 이고 $\angle APT = 30^\circ$, $\angle BAT = 65^\circ$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기= ()° 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow 10^2 = 5 \times (15 + 5)$ 이 성립하므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이다.

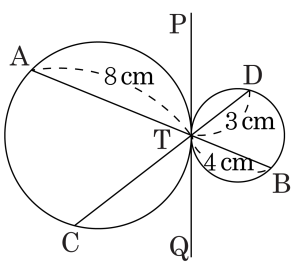
삼각형의 두 내각의 합은 다른 한 외각과 크기가 같으므로 $30^\circ + \angle PTA = 65^\circ$ 이다.

$\angle PTA = 35^\circ$ 이다.

또한, $\overline{BT}$ 가 원의 접선이므로 $\angle PTA = \angle PBT$ 이다.

따라서 $\angle PBT = 35^\circ$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{PQ}$ 가 두 원에 공통으로 접하는 접선일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

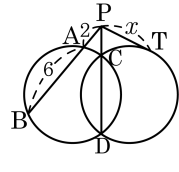
$$\angle TAC = \angle TBD, \angle TCA = \angle TDB$$

$$8 : 4 = \overline{CT} : 3, 4\overline{CT} = 24$$

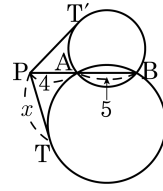
$$\therefore \overline{CT} = 6 \text{ (cm)}$$

14. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 4

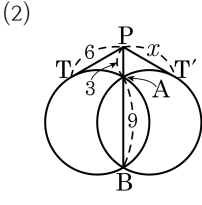
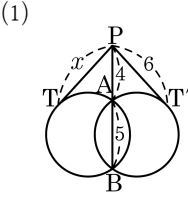
▷ 정답 : (2) 6

해설

(1) $\overline{PC} \cdot \overline{PD} = 2 \times (2 + 6) = 16$
 $x^2 = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로 $x^2 = 16$
 $\therefore x = 4$ ($\because x > 0$)

(2) $\overline{PT}^2 = 4 \times (4 + 5) = 36$ 이므로
 $x^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로 $x^2 = 36$
 $\therefore x = 6$ ($\because x > 0$)

15. 다음 그림에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 는 원의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 6

▷ 정답 : (2) 6

해설

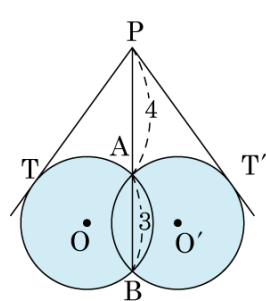
(1) $x^2 = 4 \times (4 + 5) = 36$

$\therefore x = 6 \quad (\because x > 0)$

(2) $x^2 = 3 \times (3 + 9) = 36$

$\therefore x = 6 \quad (\because x > 0)$

16. 다음 그림에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 각각 두 원 O , O' 의 접선이고 두 점 T , T' 은 접점이다. $\overline{AB} = 3$, $\overline{PA} = 4$ 일 때, $\overline{PT} \cdot \overline{PT'}$ 의 값은?



- ① 28 ② 27 ③ 26 ④ 25 ⑤ 24

해설

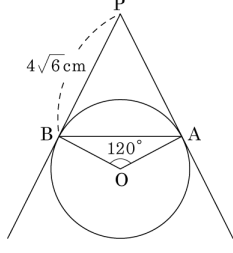
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT'}^2 \text{ 이므로 } \overline{PT} = \overline{PT'}$$

$$\overline{PT}^2 = 4 \times 7 = 28$$

$$\therefore \overline{PT} = 2\sqrt{7}$$

$$\overline{PT} \cdot \overline{PT'} = 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} = 28$$

17. 다음 그림과 같이 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선의 접점이 A, B 이고, $\angle AOB = 120^\circ$, $PB = 4\sqrt{6}\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

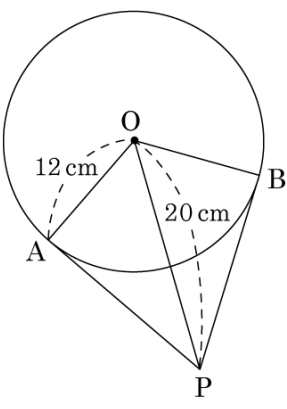


- ① $\overline{OP} = 8\sqrt{2}\text{cm}$
- ② $\overline{AP} = 4\sqrt{6}\text{cm}$
- ③ $\overline{AB} = 4\sqrt{6}\text{cm}$
- ④ (부채꼴 AOB의 넓이) $= \frac{32\sqrt{6}}{3}\pi\text{cm}^2$
- ⑤ (□OAPB의 둘레) $= (8\sqrt{2} + 8\sqrt{6})\text{cm}$

해설

$$(\text{부채꼴 AOB의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{2})^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{32}{3}\pi(\text{cm}^2)$$

18. 다음 그림과 같이 원 O가 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 에 접한다고 할 때, $\square PAOB$ 의 둘레의 길이는?

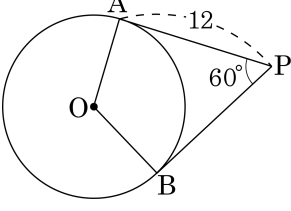


- ① 53 cm
- ② 54 cm
- ③ 55 cm
- ④ 56 cm
- ⑤ 57 cm

해설

$$\overline{AP} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16(\text{cm})$$
$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{이므로 } 16 + 16 + 12 + 12 = 56(\text{cm})$$

19. 다음 그림에서 두 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\overline{OP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

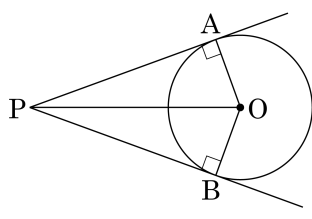
해설

$\triangle AOP$ 에서 $\angle OAP = 90^\circ, \angle APO = \frac{1}{2}\angle APB = 30^\circ$ 이다.

$\angle AOP = 60^\circ$ 이므로 $\overline{AP} : \overline{OP} = \sqrt{3} : 2$ 이다.

따라서 $\overline{OP} = 8\sqrt{3}$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 A, B 는 그 접점이라고 할 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?

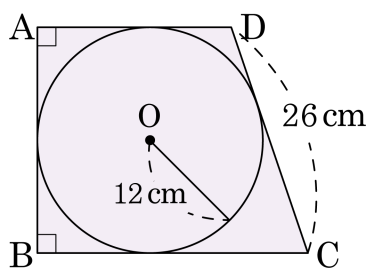


- ① $\overline{PA} = \overline{PB}$
- ② $\triangle APO \equiv \triangle BPO$
- ③ $\angle APB + \angle AOB = 90^\circ$
- ④ $\angle OPB = 20^\circ$ 이면 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.
- ⑤ $\angle APO + \angle AOP = 95^\circ$ 이다.

해설

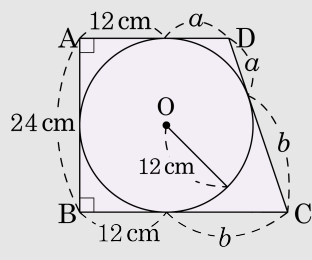
- ③ $\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$
- ⑤ $\angle APO + \angle AOP = 90^\circ$

21. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



- ① 600cm^2 ② 640cm^2 ③ 720cm^2
④ 800cm^2 ⑤ 850cm^2

해설



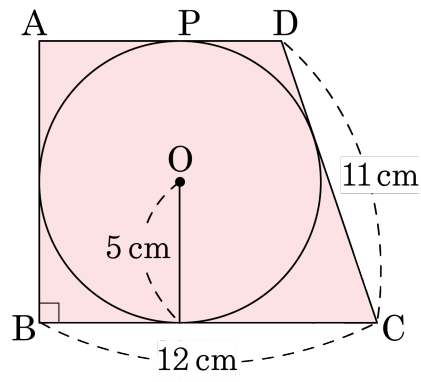
접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}\square ABCD \text{의 넓이} &= \frac{1}{2} \{ (12+a) + (12+b) \} \times 24 \\ &= 12(24+a+b)\end{aligned}$$

 $a + b = 26(\text{cm})$ 이므로

구하는 넓이는 $12 \times (24 + 26) = 600(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 다음 그림에서 □ABCD는 원 O에 외접하고 $\angle B = 90^\circ$ 이다. $\overline{AD}$ 와 원 O와의 접점을 점 P라 할 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.



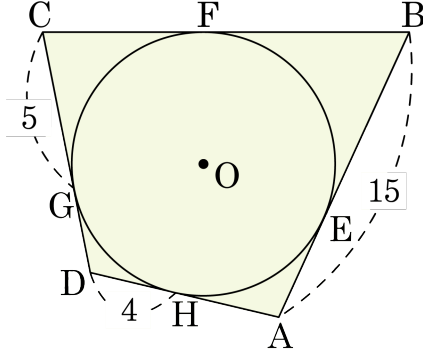
▶ 답: cm

▷ 정답: 4 cm

해설

그림에서 $\overline{BE} = \overline{AE} = \overline{AP} = \overline{BF} = 5\text{ cm}$ 이므로
 $\overline{CF} = \overline{CG} = 7\text{ cm}$, $\overline{DG} = 4\text{ cm}$
 $\therefore \overline{DP} = \overline{DG} = 4\text{ cm}$

23. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이때, □ABCD의 둘레를 구하여라.



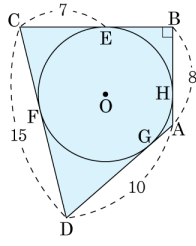
▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{DH} = \overline{DG} = 4$ 이고,
 외접사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 24$
 따라서 둘레는 $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} + \overline{AD} = 48$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이 때, $\angle B = 90^\circ$ 이고 $AB = 8$, $CD = 15$, $AD = 10$ 일 때, 원 O의 반지름은?



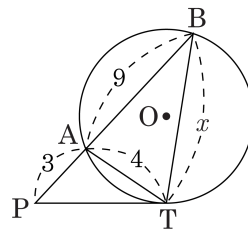
- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

외접사각형의 성질에 의해 $15 + 8 = 10 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 13$
 따라서 $\overline{BE} = 6$ 이다.
 이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로
 사각형 BEOH는 정사각형이 된다.
 그러므로 원의 반지름은 6 이다.

25. 다음 그림에서 직선 PT는 원 O의 접선이
고 $\overline{PA} = 3$, $\overline{AB} = 9$, $\overline{AT} = 4$ 일 때, $\overline{BT}$ 의
길이는?

- ① 5 ② 8 ③ 12
④ 15 ⑤ 17



해설

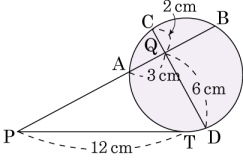
$$\overline{PT}^2 = 3 \times 12 = 36$$

$$\overline{PT} = 6$$

$\triangle PAT \sim \triangle PTB$ 에서

$$3 : 6 = 4 : x \quad \therefore x = 8$$

26. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 점 T는 접점일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

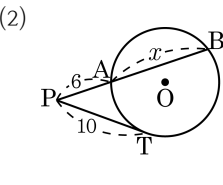
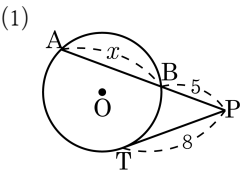


- ① 5cm
- ② 9cm
- ③ 10cm
- ④ 10.5cm
- ⑤ 12cm

해설

$\overline{BQ} \times 3 = 2 \times 6 \quad \therefore \overline{BQ} = 4$
 $\overline{PA} = x$ 라 하면
 $12^2 = x \times (x + 7)$
 $(x - 9)(x + 16) = 0$
 $\therefore \overline{PA} = 9$

27. 다음 그림에서 PT가 원 O의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $\frac{39}{5}$

▷ 정답 : (2) $\frac{32}{3}$

해설

(1) $8^2 = 5 \times (5 + x)$

$64 = 25 + 5x$

$5x = 39$

$\therefore x = \frac{39}{5}$

(2) $10^2 = 6 \times (6 + x)$

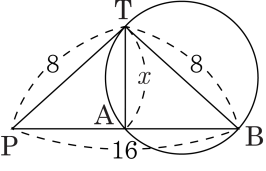
$100 = 36 + 6x$

$6x = 64$

$\therefore x = \frac{32}{3}$

28. 다음 그림에서 직선 PT는 원의 접선이고 점 T는 접점일 때, TA의 길이는?

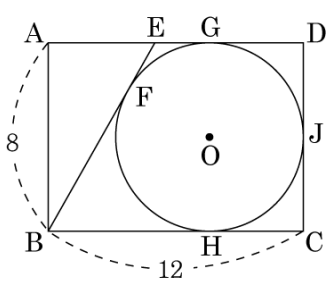
- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10



해설

$\overline{TP} = \overline{TB}$, $\angle APT = \angle TBP$
 $\angle ATP = \angle TBP$, $\angle APT = \angle ATP$
 $\overline{TA} = x$ 라 하면
 $\overline{AP} = \overline{AT}$,
 $8^2 = x \times 16 \therefore x = 4$

29. 다음 그림과 같이 원 O가 직사각형 ABCD의 세 변과 BE에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J는 접점)



▶ 답 :

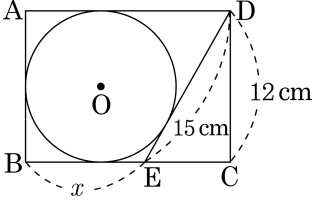
▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE에서 $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = 10$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



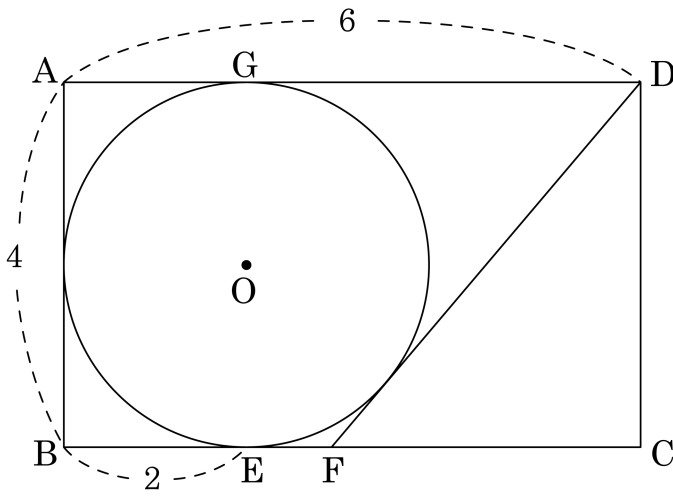
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{ cm})$ 이다. $\overline{AD} = \overline{BC} = (x + 9)(\text{ cm})$ 이고 □ABED 가 원 O 에 외접하므로 $12 + 15 = (x + 9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\text{ cm})$ 이다.

31. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{DF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



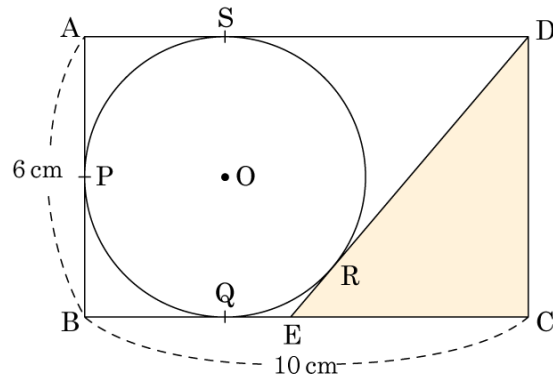
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\overline{BE} = 2$ 이므로 $\overline{AG} = 2$, $\overline{DI} = 4$
 $\overline{FI} = \overline{EF} = x$ 로 놓으면 $\overline{CF} = 4 - x$
 $\therefore (4 + x)^2 = 4^2 + (4 - x)^2$, $16x = 16$, $x = 1$
 따라서 $\overline{EF} = 1$

- 32.** 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 $\triangle CDE$ 가 접하고 있다. $\triangle CDE$ 의 둘레를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 20cm

해설

원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같다.

 $\overline{AS} = 3$ 이므로
$$\overline{DS} = \overline{DR} = 10 - \overline{AS} = 10 - 3 = 7, \overline{ER} = \overline{EQ} = x \text{ 라 하면}$$

$$\begin{aligned}
 (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC} \\
 &= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \overline{EC} \\
 &= (6 + 7) + (x + \overline{EC}) \\
 &= 13 + (\overline{BC} - \overline{BQ}) \\
 &= 13 + 10 - 3 = 20
 \end{aligned}$$