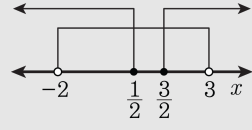


1. 다음 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 또는 $c \leq x < d$ 일 때 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \rightarrow -2 < x < 3 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{2}, x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$



$$-2 < x \leq \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \leq x < 3$$

$$a = -2, \quad b = \frac{1}{2}, \quad c = \frac{3}{2}, \quad d = 3$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해는 몇 개인가?

- ① 7 개 ② 6 개 ③ 5 개 ④ 4 개 ⑤ 3 개

해설

$x^2 - x - 6 \leq 0$
 $\Rightarrow (x - 3)(x + 2) \leq 0$
 $\Rightarrow -2 \leq x \leq 3 \quad \dots \quad \textcircled{1}$
 $x^2 - 5x + 4 > 0$
 $\Rightarrow (x - 1)(x - 4) > 0$
 $\Rightarrow x < 1 \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots \quad \textcircled{2}$
①, ②의 공통범위는 : $-2 \leq x < 1$
 $\therefore$ 정수의 해 : $-2, -1, 0$

3. 부등식 $x(x-1) < (x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위는?

① $0 < x < 1$

② $x < 1$

③ $0 < x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $1 < x < 3$

해설

i) $x(x-1) < (x-1)(x-2)$

$\Rightarrow 2x < 2 \rightarrow x < 1$

ii) $(x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$

$\Rightarrow 2x < 4$

$\Rightarrow x < 2$

i)과 ii)의 공통부분을 구하면

$\Rightarrow x < 1$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$ 의 해 중에서

정수인 것의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 4) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 4 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)(x - 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{의 공통 범위는 } -\frac{1}{2} < x < 3$$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3 개다.

5. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$, $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ㉠$
한편, 둔각삼각형이 되려면
 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \dots\dots ㉡$
㉠, ㉡에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2$, $b = 4$
따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

6. 두 점 A(4, -3), B(a, 3) 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 점 A(4, -3), B(a, 3) 에 대하여

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(a-4)^2 + (3+3)^2} \\ &= \sqrt{a^2 - 8a + 52} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 - 8a + 52 = 72$

$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

$$(a-10)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 10 (\because a > 0)$$

7. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 0), B(3, a), C(4, 2)에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} = \overline{BC} &\text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로} \\ (3-2)^2 + (a-0)^2 &= (4-3)^2 + (2-a)^2 \\ 1 + a^2 &= 1 + 4 - 4a + a^2 \\ 4a &= 4 \quad \therefore a = 1\end{aligned}$$

8. 두 점 A(-3, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표는?

① (-3, 0)

② (1, 0)

③ (2, 0)

④ (-1, 0)

⑤ (5, 0)

해설

x 축 위의 점을 P(x, 0)라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$$

$$14x = 28$$

따라서 $x = 2$ 즉, P(2, 0)

9. 직선 $y = x$ 위에 있고, 두 점 A(1, 6), B(2, -1)에서 같은 거리에 있는 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{12}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(a, b)가 y = x 위에 있으므로 b &= a \\ \sqrt{(a-1)^2 + (a-6)^2} &= \sqrt{(a-2)^2 + (a+1)^2} \\ (a-1)^2 + (a-6)^2 &= (a-2)^2 + (a+1)^2 \\ -2a + 1 - 12a + 36 &= -4a + 4 + 2a + 1 \\ -12a &= -32 \\ \therefore a &= \frac{8}{3} \\ \therefore a + b = a + a &= \frac{8}{3} \times 2 = \frac{16}{3}\end{aligned}$$

10. 세 점 A(4, 2), B(0, -2), C(-2, 0) 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② 둔각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 구하면

$\overline{AB}$

$$= \sqrt{(0-4)^2 + (-2-2)^2}$$

$$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

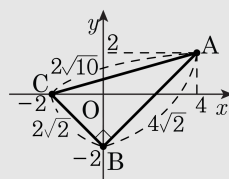
$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-0)^2 + \{0-(-2)\}^2} =$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

따라서 $\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



11. 수직선 위의 두 점 A(-1), B(5)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

① 14 ② 10 ③ 16 ④ 7 ⑤ 18

해설

P(x)로 놓으면

$$x = \frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot (-1)}{2 + 1} = 3,$$

$$y = \frac{3 \cdot 5 - 2 \cdot (-1)}{3 - 2} = 17$$

$$\therefore \overline{PQ} = 17 - 3 = 14$$

12. 두 점 A(1, -3), B(3, 7)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 P(a, b)와 2: 3으로 외분하는 점 Q(c, d)에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① $-\frac{134}{5}$ ② $-\frac{116}{5}$ ③ $\frac{134}{5}$ ④ $\frac{116}{5}$ ⑤ 20

해설

$$P(a, b) = \left(\frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 7 + 3 \times (-3)}{2 + 3} \right)$$

$$= \left(\frac{9}{5}, 1 \right)$$

$$Q(c, d) = \left(\frac{2 \times 3 - 3 \times 1}{2 - 3}, \frac{2 \times 7 - 3 \times (-3)}{2 - 3} \right)$$

$$= (-3, -23)$$

$$\therefore a + b + c + d = \frac{9}{5} + 1 - 3 - 23 = -\frac{116}{5}$$

13. $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점의 좌표가 $A(-1, -2)$, $B(2, 5)$, $C(7, 3)$ 으로 주어질 때, 각 변의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표는?

- ① $G\left(\frac{4}{3}, 1\right)$ ② $G\left(\frac{7}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ③ $G\left(2, \frac{8}{3}\right)$
④ $G\left(\frac{8}{3}, 1\right)$ ⑤ $G\left(\frac{8}{3}, 2\right)$

해설

세 변의 중점의 좌표를 각각 구하면

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{9}{2}, 4\right), \left(3, \frac{1}{2}\right)$$

구하고자 하는 무게중심의 좌표를 $G(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{\frac{1}{2} + \frac{9}{2} + 3}{3}, y = \frac{\frac{3}{2} + 4 + \frac{1}{2}}{3}$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}, y = 2$$

$$\therefore G\left(\frac{8}{3}, 2\right)$$

14. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?
- ① (4, 5) ② (3, 4) ③ (2, 3)
- ④ (1, 2) ⑤ (0, 1)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한 점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

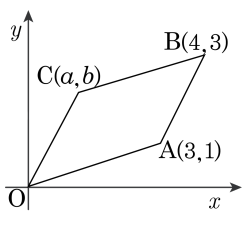
해설

P(x, y)로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} \\ &\quad + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$

따라서 $x = 3$, $y = 4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

15. 다음 그림과 같이 네 점 A(3, 1), B(4, 3), C(a, b), O(0, 0)을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 OABC에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 OABC에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

16. 좌표평면 위의 두 점 A (x_1, y_1), B (x_2, y_2)에 대하여 선분 AB를 3 : 2 으로 내분하는 점을 C라 할 때, 선분 AC와 점 B 사이의 관계는?
- ① 점 B는 선분 AC 를 5 : 3 으로 외분하는 점이다.
 - ② 점 B는 선분 AC 를 5 : 2 로 외분하는 점이다.
 - ③ 점 B는 선분 AC 를 3 : 2 로 외분하는 점이다.
 - ④ 점 B는 선분 AC 를 3 : 1 로 내분하는 점이다.
 - ⑤ 점 B는 선분 AC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

해설

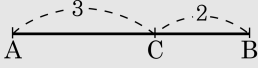
문제의 상황을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이므로,

위의 그림에서 보듯이,

$\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 2$ 이다.

따라서 점 B는 선분 $\overline{AC}$ 를 5 : 2 으로 외분하는 점이다.



17. 점 $(2, a)$, $(b, 3)$ 을 이은 선분을 $2 : 1$ 로 내분하는 점의 좌표가 $(b - 1, a + 6)$ 일 때, a, b 의 값은?

- ① $a = -6, b = 5$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = -6, b = 3$
④ $a = 5, b = 3$ ⑤ $a = 3, b = 5$

해설

점 $(2, a)$, $(b, 3)$ 을 이은 선분을 $2 : 1$ 로 내분하는 점의 좌표 (x, y) 는

$$x = \frac{2 \cdot b + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{2b + 2}{3},$$

$$y = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot a}{2 + 1} = \frac{6 + a}{3}$$

이 점의 좌표가 $(b - 1, a + 6)$ 이므로

$$\frac{2b + 2}{3} = b - 1, \quad \frac{6 + a}{3} = a + 6$$

이 식을 풀면, $a = -6, b = 5$

18. 두 점 A(4, -2), B(3, 5)로부터 같은 거리에 있는 y축 위의 점 P의 좌표를 구하면?

- ① P(-2, -1) ② P(-1, 0) ③ P(0, 1)
④ P(1, 2) ⑤ P(2, 3)

해설

점 P의 좌표를 P(0, b)라고 하면

$$\overline{PA} = \sqrt{(0-4)^2 + (b+2)^2} = \sqrt{b^2 + 4b + 20}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{(0-3)^2 + (b-5)^2} = \sqrt{b^2 - 10b + 34}$$

이 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$b^2 + 4b + 20 = b^2 - 10b + 34$$

$$14b = 14$$

$$\therefore b = 1$$

따라서 구하는 점 P의 좌표는 P(0, 1)

19. 두 점 $A(t, -3)$, $B(1, 2t)$ 에 대하여 선분 AB의 길이의 최솟값은?

- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(1-t)^2 + (2t+3)^2} \\ &= \sqrt{5t^2 + 10t + 10} \\ &= \sqrt{5(t+1)^2 + 5} \text{에서} \\ \text{선분 AB의 길이는 } t = -1 \text{ 일 때 최소이다.} \\ \text{따라서 } t = -1 \text{ 일 때, } \overline{AB} &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

20. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$, $C(5, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형
- ② $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
- ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
- ④ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이므로
 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.