

1. 다음 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 또는 $c \leq$

$x < d$ 일 때 $a + b + c + d$ 의 값은?

① -2

② 2

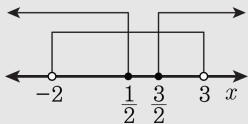
③ 3

④ 5

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \rightarrow -2 < x < 3 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{2}, x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$



$$-2 < x \leq \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \leq x < 3$$

$$a = -2, \quad b = \frac{1}{2}, \quad c = \frac{3}{2}, \quad d = 3$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해는 몇 개인가?

① 7개

② 6개

③ 5개

④ 4개

⑤ 3개

해설

$$x^2 - x - 6 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 3 \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

$$x^2 - 5x + 4 > 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-4) > 0$$

$$\Rightarrow x < 1 \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{의 공통범위는 : } -2 \leq x < 1$$

$$\therefore \text{정수의 해 : } -2, -1, 0$$

3. 부등식 $x(x-1) < (x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위는?

① $0 < x < 1$

② $x < 1$

③ $0 < x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $1 < x < 3$

해설

i) $x(x-1) < (x-1)(x-2)$

$\Rightarrow 2x < 2 \rightarrow x < 1$

ii) $(x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$

$\Rightarrow 2x < 4$

$\Rightarrow x < 2$

i) 과 ii) 의 공통부분을 구하면

$\Rightarrow x < 1$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$ 의 해 중에서

정수인 것의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 4) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 4 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)(x - 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{의 공통 범위는 } -\frac{1}{2} < x < 3$$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3 개다.

5. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로

$$x-1 > 0, x > 0, x+1 > 0, x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

한편, 둔각삼각형이 되려면

$$(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$$

$$x^2 - 4x < 0 \text{에서 } 0 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } 2 < x < 4$$

$$\therefore a = 2, b = 4$$

따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$$

6. 두 점 $A(4, -3), B(a, 3)$ 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 점 $A(4, -3), B(a, 3)$ 에 대하여

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(a-4)^2 + (3+3)^2} \\ &= \sqrt{a^2 - 8a + 52} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 - 8a + 52 = 72$

$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

$$(a-10)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 10 (\because a > 0)$$

7. 좌표평면 위의 세 점 $A(2, 0)$, $B(3, a)$, $C(4, 2)$ 에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로

$$(3-2)^2 + (a-0)^2 = (4-3)^2 + (2-a)^2$$

$$1 + a^2 = 1 + 4 - 4a + a^2$$

$$4a = 4 \quad \therefore a = 1$$

8. 두 점 $A(-3, 2)$, $B(4, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(-3, 0)$

② $(1, 0)$

③ $(2, 0)$

④ $(-1, 0)$

⑤ $(5, 0)$

해설

x 축 위의 점을 $P(x, 0)$ 라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x + 3)^2 + (0 - 2)^2 = (x - 4)^2 + (0 - 5)^2$$

$$14x = 28$$

따라서 $x = 2$ 즉, $P(2, 0)$

9. 직선 $y = x$ 위에 있고, 두 점 $A(1, 6)$, $B(2, -1)$ 에서 같은 거리에 있는 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① $\frac{8}{3}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{12}{3}$

④ $\frac{14}{3}$

⑤ $\frac{16}{3}$

해설

(a, b) 가 $y = x$ 위에 있으므로 $b = a$

$$\sqrt{(a-1)^2 + (a-6)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (a+1)^2}$$

$$(a-1)^2 + (a-6)^2 = (a-2)^2 + (a+1)^2$$

$$-2a + 1 - 12a + 36 = -4a + 4 + 2a + 1$$

$$-12a = -32$$

$$\therefore a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a + b = a + a = \frac{8}{3} \times 2 = \frac{16}{3}$$

10. 세 점 A(4, 2), B(0, -2), C(-2, 0) 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② 둔각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 구하면

$\overline{AB}$

$$= \sqrt{(0-4)^2 + (-2-2)^2}$$

$$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

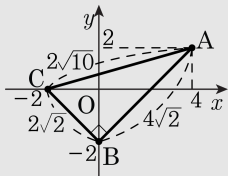
$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-0)^2 + \{0-(-2)\}^2} =$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

따라서 $\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



11. 수직선 위의 두 점 A(-1), B(5)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

①

14

② 10

③ 16

④ 7

⑤ 18

해설

P(x)로 놓으면

$$x = \frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot (-1)}{2 + 1} = 3,$$

$$y = \frac{3 \cdot 5 - 2 \cdot (-1)}{3 - 2} = 17$$

$$\therefore \overline{PQ} = 17 - 3 = 14$$

12. 두 점 $A(1, -3)$, $B(3, 7)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 $P(a, b)$ 와 2: 3으로 외분하는 점 $Q(c, d)$ 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은?

① $-\frac{134}{5}$

② $-\frac{116}{5}$

③ $\frac{134}{5}$

④ $\frac{116}{5}$

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} P(a, b) &= \left(\frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 7 + 3 \times (-3)}{2 + 3} \right) \\ &= \left(\frac{9}{5}, 1 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(c, d) &= \left(\frac{2 \times 3 - 3 \times 1}{2 - 3}, \frac{2 \times 7 - 3 \times (-3)}{2 - 3} \right) \\ &= (-3, -23) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = \frac{9}{5} + 1 - 3 - 23 = -\frac{116}{5}$$

13. $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점의 좌표가 A $(-1, -2)$, B $(2, 5)$, C $(7, 3)$ 으로 주어질 때, 각 변의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표는?

① $G\left(\frac{4}{3}, 1\right)$

② $G\left(\frac{7}{3}, \frac{2}{3}\right)$

③ $G\left(2, \frac{8}{3}\right)$

④ $G\left(\frac{8}{3}, 1\right)$

⑤ $G\left(\frac{8}{3}, 2\right)$

해설

세 변의 중점의 좌표를 각각 구하면

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{9}{2}, 4\right), \left(3, \frac{1}{2}\right)$$

구하고자 하는 무게중심의 좌표를 $G(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{\frac{1}{2} + \frac{9}{2} + 3}{3}, y = \frac{\frac{3}{2} + 4 + \frac{1}{2}}{3}$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}, y = 2$$

$$\therefore G\left(\frac{8}{3}, 2\right)$$

14. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?

① (4, 5)

② (3, 4)

③ (2, 3)

④ (1, 2)

⑤ (0, 1)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한
점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

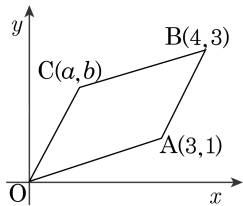
해설

P(x, y)로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} \\ &\quad + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$

따라서 $x=3$, $y=4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

15. 다음 그림과 같이 네 점 $A(3, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, b)$, $O(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 $OABC$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 $OABC$ 에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

16. 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $3 : 2$ 으로 내분하는 점을 C 라 할 때, 선분 AC 와 점 B 사이의 관계는?

① 점 B 는 선분 AC 를 $5 : 3$ 으로 외분하는 점이다.

② 점 B 는 선분 AC 를 $5 : 2$ 로 외분하는 점이다.

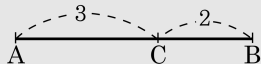
③ 점 B 는 선분 AC 를 $3 : 2$ 로 외분하는 점이다.

④ 점 B 는 선분 AC 를 $3 : 1$ 로 내분하는 점이다.

⑤ 점 B 는 선분 AC 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점이다.

해설

문제의 상황을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이므로,

위의 그림에서 보듯이,

$\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 2$ 이다.

따라서 점 B 는 선분 $\overline{AC}$ 를 $5 : 2$ 으로 외분하는 점이다.

17. 점 $(2, a)$, $(b, 3)$ 을 이은 선분을 2 : 1 로 내분하는 점의 좌표가 $(b - 1, a + 6)$ 일 때, a, b 의 값은?

- ① $a = -6, b = 5$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = -6, b = 3$
④ $a = 5, b = 3$ ⑤ $a = 3, b = 5$

해설

점 $(2, a)$, $(b, 3)$ 을 이은 선분을 2 : 1 로 내분하는 점의 좌표 (x, y) 는

$$x = \frac{2 \cdot b + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{2b + 2}{3},$$

$$y = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot a}{2 + 1} = \frac{6 + a}{3}$$

이 점의 좌표가 $(b - 1, a + 6)$ 이므로

$$\frac{2b + 2}{3} = b - 1, \quad \frac{6 + a}{3} = a + 6$$

이 식을 풀면, $a = -6, b = 5$

18. 두 점 A(4, -2), B(3, 5)로부터 같은 거리에 있는 y축 위의 점 P의 좌표를 구하면?

① P(-2, -1)

② P(-1, 0)

③ P(0, 1)

④ P(1, 2)

⑤ P(2, 3)

해설

점 P의 좌표를 P(0, b)라고 하면

$$\overline{PA} = \sqrt{(0-4)^2 + (b+2)^2} = \sqrt{b^2 + 4b + 20}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{(0-3)^2 + (b-5)^2} = \sqrt{b^2 - 10b + 34}$$

이 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$b^2 + 4b + 20 = b^2 - 10b + 34$$

$$14b = 14$$

$$\therefore b = 1$$

따라서 구하는 점 P의 좌표는 P(0, 1)

19. 두 점 $A(t, -3)$, $B(1, 2t)$ 에 대하여 선분 AB의 길이의 최솟값은?

① 2

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{7}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(1-t)^2 + (2t+3)^2} \\ &= \sqrt{5t^2 + 10t + 10} \\ &= \sqrt{5(t+1)^2 + 5} \text{에서}\end{aligned}$$

선분 AB의 길이는 $t = -1$ 일 때 최소이다.

따라서 $t = -1$ 일 때, $\overline{AB} = \sqrt{5}$

20. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$, $C(5, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형
- ② $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
- ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
- ④ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이므로
 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.