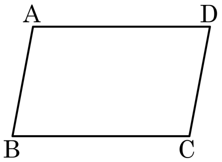
1. 다음 중 다음 □ABCD 가 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

④ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle A + \angle B = 180°$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$

해설

③ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.

2. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO}=\overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

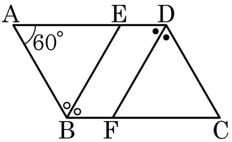
> [가정] $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
> [결론] $\overline{PO}=\overline{QO}$
> [증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
> $\angle POA=\angle QOC$, $\overline{AO}=\boxed{}$,
> $\angle PAO=\angle QOC$
> $\therefore$ $\triangle APO\equiv\triangle CQO$(ASA합동),
> $\therefore$ $\overline{PO}=\overline{QO}$

① $\overline{PO}$ ② $\overline{AP}$ ③ $\overline{DO}$ ④ $\overline{BO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO}=\overline{OC}$이다.

3. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



① $60°$ ② $80°$ ③ $100°$

④ $120°$ ⑤ $140°$

해설

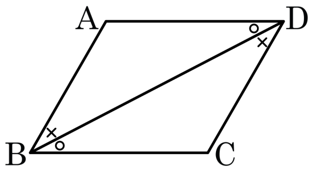
사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$

$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.

사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$

$\therefore \angle BFD = 120°$

4. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

[증명] 점 B 와 점 D 를 이으면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\boxed{}$ 합동) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

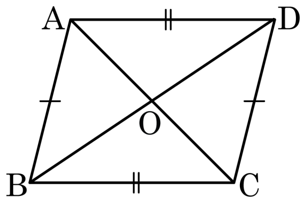
$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),

$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

5. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



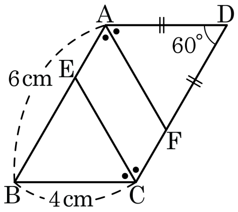
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}} \,/\!/\, \overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$ 이므로
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS ⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

6. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로

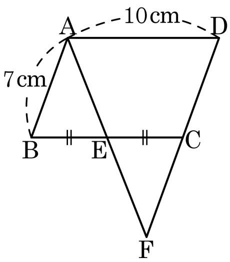
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\text{cm})$ 이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}=\overline{CE}$ 이고 $\overline{AD}=10\,\text{cm}$, $\overline{AB}=7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB}=\overline{DC}=7\,\text{cm}$, $\overline{BE}=\overline{CE}=5\,\text{cm}$

$\angle AEB=\angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE=\angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE\equiv\triangle FCE$, $\overline{AB}=\overline{FC}=7\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{DF}=\overline{DC}+\overline{FC}=14(\text{cm})$

8. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\text{cm}$

③ $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$

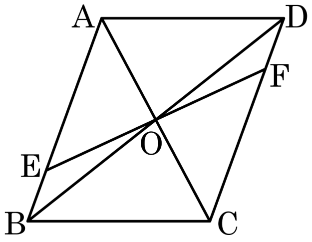
④ $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

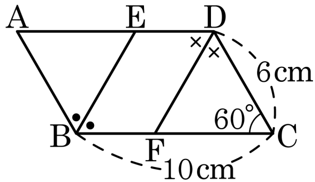
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3}\triangle AEO = 6$$

$$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$와 $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각 각 E, F라 하고, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$, $\angle C = 60°$일 때, □BFDE의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \quad \cdots ㉠$

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 □EBFD는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

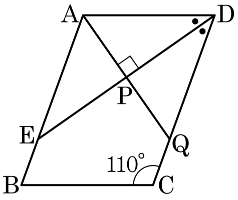
$\angle EDF = \angle DFC$ (∵ 엇각)이므로 △CDF는 이등변삼각형이고, 세 각이 모두 $60°$이므로 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{FC} = \overline{DC} = \overline{DF} = \overline{EB} = 6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (6 + 4) \times 2 = 20(\text{cm})$

11. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이다. 점 A 에서 $\overline{DE}$ 에 수선을 내려 $\overline{DE}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\angle PEB$ 의 크기는?



① 110°　② 120°　③ 135°

④ 145°　⑤ 150°

해설

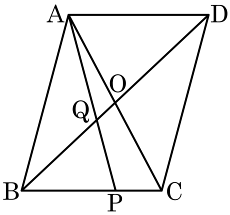
$\angle ADP = (180° - 110°) \div 2 = 35°$

$\angle DAP = 90° - 35° = 55°$

$\angle PAE = 110° - 55° = 55°$

$\therefore \ \angle PEB = 55° + 90° = 145°$

12. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $160\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{BC}$ 의 중점을 P, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 3 : 2$ 일 때, □QPCO 의 넓이는?



① $22\,\mathrm{cm}^2$ ② $24\,\mathrm{cm}^2$ ③ $26\,\mathrm{cm}^2$

④ $28\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\triangle APC = \frac{1}{2}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 160$$
$$= 40(\mathrm{cm}^2)$$

$$\triangle PCO = \triangle APO = \frac{1}{2}\triangle APC$$
$$= \frac{1}{2} \times 40 = 20(\mathrm{cm}^2)$$

$\overline{AQ} : \overline{QP} = 3 : 2$ 이므로

$$\triangle QPO = \frac{2}{5}\triangle APO = \frac{2}{5} \times 20 = 8(\mathrm{cm}^2)$$

$$\therefore \square QPCO = \triangle PCO + \triangle QPO$$
$$= 20 + 8 = 28(\mathrm{cm}^2)$$