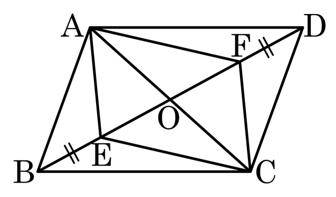
1. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 평행사변형이 되는 어떤 조건을 이용한 것인가?

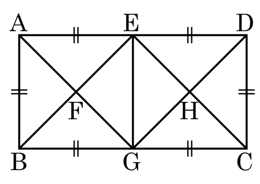


가정) □ABCD는 평행사변형 $\overline{BE} = \overline{DF}$
결론) □AECF는 평행사변형
증명) □ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC} \cdots$ ㉠
$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE} = \overline{OF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설
□ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$이고, $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$이다.
따라서 □AECF는 평행사변형이다.

2. 두 정사각형을 이어 그림과 같이 □ABCD 를 만들었다. □EBGD 는 어떤 사각형이며 또한 □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라. (단, 답은 순서대로 적어라.)

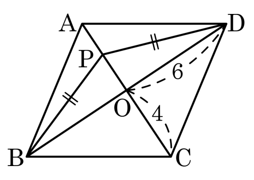


① 평행사변형, 마름모
② 평행사변형, 직사각형
③ 평행사변형, 정사각형
④ 사다리꼴, 정사각형
⑤ 사다리꼴, 마름모

해설

$\overline{BG} = \overline{ED}$, $\overline{BG} // \overline{ED}$ 이므로
□EBGD 는 평행사변형이다.
$\overline{EF} = \overline{EH} = \overline{HG} = \overline{FG}$ ($\because$ 대각선의 길이가 서로 같다)
따라서 □EFGH 는 정사각형이다.

3. 다음 그림의 $\square ABCD$ 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



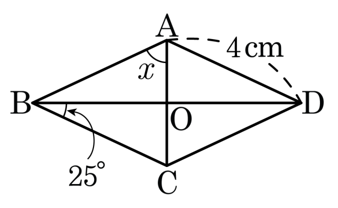
▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이고 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 이므로 $\triangle BPO \equiv \triangle DPO$ (SSS 합동)
$\triangle APB$ 와 $\triangle ADP$ 에서 $\overline{AP}$ 는 공통이고
$\overline{BP} = \overline{DP}$ 이고,
$\angle APB = \angle APD$ 이므로 $\triangle APD \equiv \triangle APB$ (SAS 합동)
따라서 $\angle PAB = \angle PAD$ 이다.
따라서 $\square ABCD$ 는 마름모이고, $\angle AOD = 90°$ 이므로
넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 25° ② 45° ③ 50° ④ 65° ⑤ 75°

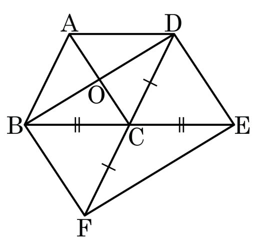
해설
대각선이 한 내각을 이등분하므로 $\angle ABO = 25°$ 이고, $\angle AOB = 90°$
따라서 $\angle x = 90° - 25° = 65°$ 이다.

5. 마름모의 성질이 아닌 것은?

① 두 대각선의 길이가 같다.
② 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
③ 대각선에 의해 대각이 이등분된다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.
⑤ 대각의 크기가 같다.

해설
두 대각선의 길이는 같지 않다.

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 가 되도록 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$ 의 연장선 위에 각각 점 E, F 를 잡았다. $\triangle$ADC 의 넓이가 $7\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □BFED 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $28\,\mathrm{cm}^2$

해설

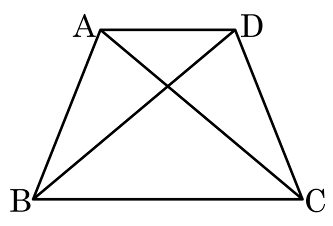
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분했으므로 □BDEF 는 평행사변형이 된다.

$\triangle$CBD 의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\triangle$ADC 의 넓이와 같다.

$\triangle\mathrm{CBD} = 7\,\mathrm{cm}^2$, $\square\mathrm{BFED} = 4 \times \triangle\mathrm{CBD}$

$\therefore\ \square\mathrm{BFED} = 4 \times 7 = 28\ (\mathrm{cm}^2)$

7. 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AC} = 12 - 2x$, $\overline{BD} = 8$일 때, x의 값을 구하여라.



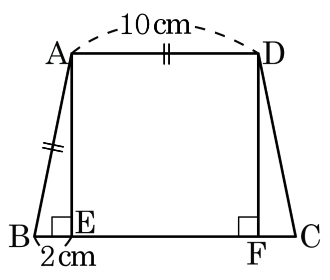
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AC} = \overline{DB}$이므로 $12 - 2x = 8$

$\therefore\ x = 2$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E, F 라고 한다. 그림을 보고 등변사다리꼴의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 44 cm

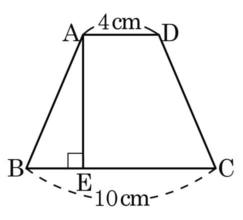
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$, $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC} = 10\text{cm}$ 이므로 $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC} = 30\text{cm}$

$\overline{BE} + \overline{EF} + \overline{FC} = 2 + 10 + 2 = 14(\text{cm})$

전체 둘레의 길이는 $30 + 14 = 44(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자. $\overline{AD} = 4\,cm$, $\overline{BC} = 10\,cm$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

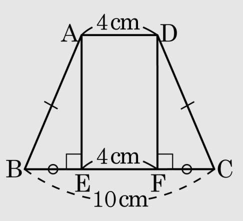
▷ 정답 : 3 cm

해설

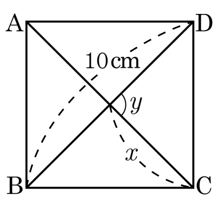
점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$

$\overline{EF} = \overline{AD} = 4\,cm$ 이므로 $\overline{BE} + \overline{CF} + 4 = 10(\,cm)$

$\overline{BE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE} = 3(\,cm)$ 이다.



10. 다음 그림의 정사각형 ABCD에서 x, y를 차례로 나열한 것은?



① 5cm, 45° ② 10cm, 45° ③ 5cm, 90°

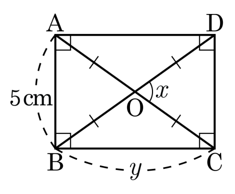
④ 10cm, 90° ⑤ 15cm, 90°

해설

$\overline{BD} = \overline{AC} = 10(\text{cm})$, $x = \dfrac{\overline{AC}}{2} = 5(\text{cm})$

$\angle y = 180° - 45° - 45° = 90°$

11. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▶ 답 : ________ cm

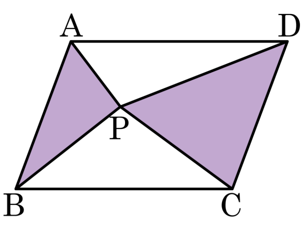
▷ 정답 : $\angle x = 90$ °

▷ 정답 : $y = 5$ cm

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건은
두 대각선이 이루는 각이 $90°$ 이므로 $\angle x = 90°$
이웃한 두변의 길이가 같으므로 $y = 5(\text{cm})$

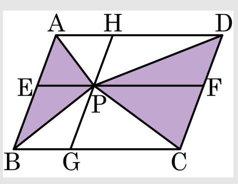
12. 다음 그림과 같은 평행사변형 □ABCD 의 넓이가 52cm^2 일 때, □ABCD 내부의 한 점 P 에 대하여 △ABP + △CDP 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $26\,\underline{\text{cm}^2}$

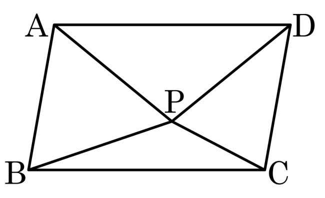
해설



점 P 를 지나고 $\overline{\text{AD}}, \overline{\text{AB}}$ 에 평행한 직선 $\overline{\text{EF}}, \overline{\text{HG}}$ 를 그으면 □AEPH , □EBGP , □PGCF , □HPFD 는 모두 평행사변형이다. △ABP+△PCD = △APD+△PBC 이므로 색칠한 부분의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이다.

∴ △ABP + △CDP $= 52 \times \frac{1}{2} = 26(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle$PAB 의 넓이가 30cm^2, $\triangle$PCD 의 넓이가 20cm^2 일 때, $\square$ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $100\,\underline{\text{cm}^2}$

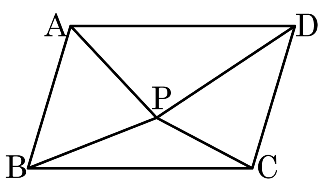
해설

$\triangle\text{PAB} + \triangle\text{PDC} = \dfrac{1}{2}\square\text{ABCD}$ 이므로

$30 + 20 = \dfrac{1}{2} \times \square\text{ABCD}$

$\therefore \square\text{ABCD} = 100\text{cm}^2$

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부의 임의의 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAD = 15cm^2$, $\triangle PBC = 11cm^2$, $\triangle PCD = 12cm^2$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 14 cm^2

해설

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \square ABCD$, $\triangle PAB + 12 = 15 + 11 = 26(cm^2)$

$\therefore \triangle PAB = 14cm^2$

15. 다음 보기의 조건에 알맞은 사각형은?

보기

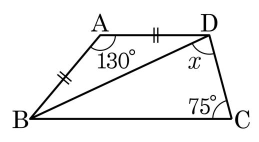
두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형
④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

16. □ABCD 에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x 의 크기는?



① 65° ② 68° ③ 70°

④ 75° ⑤ 80°

해설

$\angle DBA = \angle ADB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

$x = 180° - (25° + 75°) = 80°$

17. 다음 중 용어의 정의가 바르지 않은 것은?

① 평행사변형 : 두 쌍의 대변이 각각 평행인 사각형
② 직사각형 : 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
③ 마름모 : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
④ 정사각형 : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
⑤ 등변사다리꼴 : 한 밑변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴

해설
정사각형 : 네 내각의 크기가 같고, 네 변의 길이가 같은 사각형.

18. 다음 도형의 성질에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 마름모의 두 대각선은 직교한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 수직으로 만난다.
④ 등변사다리꼴의 평행하지 않은 두 변의 길이는 같다.
⑤ 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

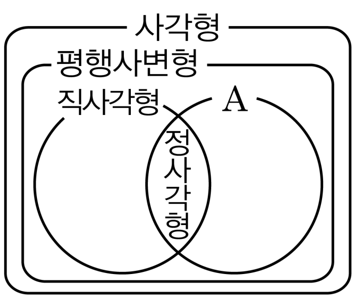
③ 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같고, 대각선은 수직으로 만나지 않는다.

19. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.
② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.
③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.
⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설
① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

20. 다음 그림에서 A에 속하는 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 대각선의 길이가 같다.

② 네 변의 길이가 다르다.

③ 두 대각의 크기가 다르다.

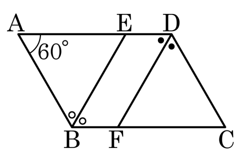
④ 한 쌍의 대변의 길이만 같다.

⑤ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

해설

정사각형은 직사각형이면서 마름모이므로 A는 마름모이다.

21. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



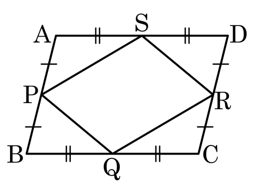
① 60°　　② 80°　　③ 100°

④ 120°　　⑤ 140°

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$
$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.
사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$
$\therefore \angle BFD = 120°$

22. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

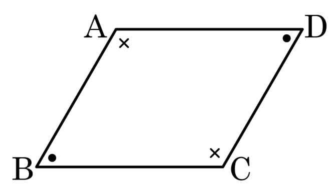
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

23. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서
$\angle A = \angle C = a$
$\angle B = \angle D = b$ 라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $\boxed{}$ 이므로
$\therefore\ \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC},\ \overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

① $45°$ ② $60°$ ③ $90°$ ④ $180°$ ⑤ $360°$

해설

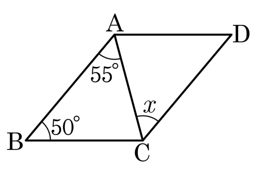
동측내각의 합이 $180°$ 이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

24. 다음 중 평행사변형의 정의인 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 다른 사각형이다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않는 사각형이다.
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형이다.

해설
평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.

25. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad}$°

▷ 정답: $\underline{55}$°

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $x = 55°$이다.

26. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 직사각형이면서 동시에 마름모인 것은 정사각형이다.
② 직사각형 중 정사각형이 아닌 것은 마름모이다.
③ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 정사각형이다.
④ 평행사변형 중 마름모가 아닌 것은 직사각형이다.
⑤ 모든 사다리꼴은 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 마름모이다.

해설

직사각형과 마름모의 성질은 동시에 가지고 있는 사각형은 정사각형이다.

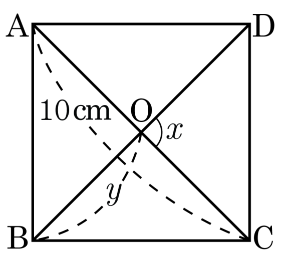
27. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 모든 직사각형은 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 사다리꼴이다.
② 모든 마름모는 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 사다리꼴이다.
③ 모든 정사각형은 직사각형이고, 모든 직사각형은 평행사변형이다.
④ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 평행사변형이다.
⑤ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 직사각형이다.

해설

마름모의 일부는 직사각형이 아니고, 직사각형의 일부는 마름모가 아니다.

28. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답： $\underline{\quad\quad}$ °

▶ 답： $\underline{\quad\quad}$ cm

▷ 정답： $\angle x = 90$°

▷ 정답： $y = 5$ cm

해설

정사각형은 두 대각선이 수직이등분하므로

$\angle x = 90°$, $y = 10 \div 2 = 5\,\text{cm}$

29. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건인 것을 보기에서 모두 골라라.

㉠ 두 대각선이 직교한다. ㉡ 이웃하는 두 변의 길이가 같다. ㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다. ㉣ 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 $180°$ 이다. ㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.

30. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
② 한 내각의 크기가 직각이다.
③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
⑤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

해설
평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합이 180° 이므로 한 내각이 90° 임을 증명할 수 있다.

31. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

② 한 내각이 직각이다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

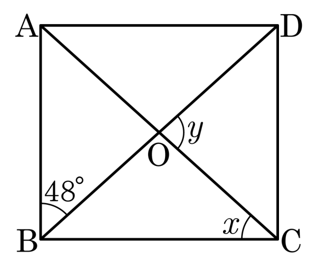
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 두 대각의 크기가 같다.

해설

평행사변형에서 한 내각이 직각이고, 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.

32. 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 를 구하면?



① $42°$ ② $84°$ ③ $90°$ ④ $126°$ ⑤ $134°$

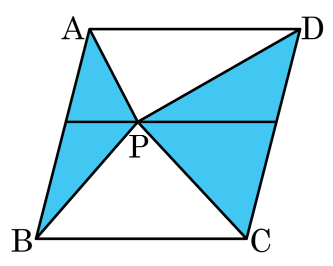
해설

정사각형의 한 내각의 크기는 $90°$, 대각선의 길이가 같으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$

$\angle x = 90° - 48° = 42°$, $\angle y = 2\angle x = 84°$

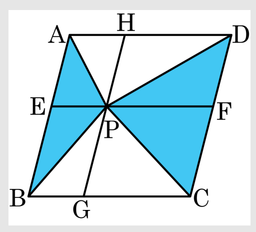
$\therefore\ \angle x + \angle y = 126°$

33. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 내부의 한 점 P 에 대하여 $\square$ABCD 의 넓이가 84cm^2 일 때, $\triangle$ABP + $\triangle$CDP 의 값은?



① 36cm^2　② 38cm^2　③ 42cm^2
④ 50cm^2　⑤ 54cm^2

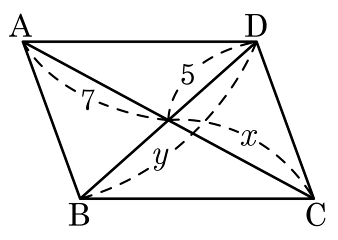
해설



점P 를 지나고 $\overline{AD}, \overline{AB}$ 에 평행한 직선 $\overline{EF}, \overline{HG}$ 를 그으면 $\square$AEPH , $\square$EBGP , $\square$PGCF , $\square$HPFD 는 모두 평행사변형이다.
$\triangle$ABP+$\triangle$PCD = $\triangle$APD+$\triangle$PBC 이므로 색칠한 부분의 넓이는 $\square$ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore \triangle ABP + \triangle CDP = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$

34. 다음 그림에서 $\overline{AO} = 7, \overline{DO} = 5$일 때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

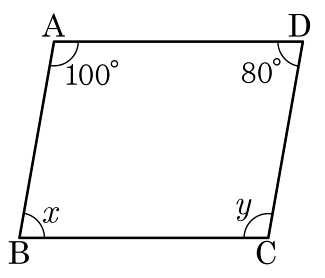
▷ 정답 : 17

해설

$x = 7,\ y = 5 \times 2 = 10$이므로

$x + y = 17$

35. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 100°$, $\angle D = 80°$ 일 때, x, y의 값은?

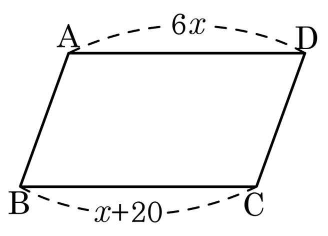


① $\angle x = 60°$, $\angle y = 120°$
② $\angle x = 70°$, $\angle y = 110°$
③ $\angle x = 80°$, $\angle y = 100°$
④ $\angle x = 90°$, $\angle y = 90°$
⑤ $\angle x = 100°$, $\angle y = 80°$

해설

$\angle A = \angle y = 100°$, $\angle D = \angle x = 80°$

36. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로

$6x = x + 20$

$5x = 20 \quad \therefore\ x = 4$