

1. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$
- ② 3의 허수부분은 0이다.
- ③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.
- ④ $b = 1$ 이면 $a + (b-1)i$ 는 실수이다.
- ⑤ 제곱하여 -3 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i, b = 1$ 이면 $a + (b-1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

2. 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$
 $\therefore a=3$

3. $x + y + (2x - y)i = 1 + 5i$ 를 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여, $x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x + y = 1, 2x - y = 5$$

$$\therefore x = 2, y = -1$$

4. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned}i(x+2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

5. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 한다.

$$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$$

$$= 2k - 2i - 2ki$$

$$= 2k - (2 + 2k)i$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

6. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i) \\ &= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i \end{aligned}$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로
 $x^2 - x - 2 = 0$, $x^2 - 3x + 2 \neq 0$

(i) $x^2 - x - 2 = 0$ 에서 $(x+1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$

(ii) $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2) \neq 0$
 $\therefore x \neq 1$ 또는 $x \neq 2$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

7. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

8. $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$,
 $(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i$ 에서
복소수의 상등에 의하여
 $x + 3y = 1$, $-3x + 2y = 8$ 이고
연립하여 풀면 $y = 1$, $x = -2$
 $\therefore x + y = -1$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2 의 제곱근은 $\sqrt{2}i$ 와 $-\sqrt{2}i$ 이다.

② $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

11. x 가 실수일 때, 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, x 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

(준식) $= (x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$
 i 가 순허수이어야 제곱하면 음이 된다.
 $\therefore x^2 + 4x + 3 = 0$ 이고 $x^2 + 2x - 3 \neq 0$
 $x = -1$ 또는 $x = -3 \cdots \textcircled{㉠}$
 $x \neq 1$ 그리고 $x \neq -3 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $x = -1$ 이다.

12. $|x-y|+(y-2)i=5x-2-3xi$ 를 만족하는 실수를 x, y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $i^2 = -1$)

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

(i) $x \geq y$ 일 때,
 $(x-y) + (y-2)i = 5x-2-3xi$
 $x-y = 5x-2, y-2 = -3x$
 $\therefore x=0, y=2(x < y \text{이므로 부적합})$

(ii) $x < y$ 일 때,
 $-(x-y) + (y-2)i = 5x-2-3xi$
 $-x+y = 5x-2, y-2 = -3x$
 $\therefore x = \frac{4}{9}, y = \frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{x}{y} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$

13. 실수 x, y 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

- ① 8 ② 7 ③ 5 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x + (1+i)y}{(1+i)(1-i)} = 2-i$$

$$\frac{(x+y) - (x-y)i}{2} = 2-i$$

$$(x+y) - (x-y)i = 4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$$x+y = 4 \cdots \textcircled{1}, \quad x-y = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } x=3, y=1 \quad \therefore 2x+y=7$$

14. n 개의 수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 는 $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 0, a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2 = 0$ 이라고 할 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① 300 ② 303 ③ 305 ④ 308 ⑤ 310

해설

a_1, a_2, \dots, a_n 중 1이 a 개, -1 이 b 개, $\sqrt{2}i$ 가 c 개, $-\sqrt{2}i$ 가 d 개 있다고 하면, a, b, c, d 는 음이 아닌 정수

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &= 1 \times a + (-1) \times b + (\sqrt{2}i) \times c + (-\sqrt{2}i) \times d \\ &= a - b + \sqrt{2}i(c - d) = 0 \end{aligned}$$

a, b, c, d 는 실수이므로 $a - b, c - d$ 도 실수
복소수의 상등에 의해 $a = b, c = d \dots$ ①

$$\begin{aligned} a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 &= 1^2 \times a + (-1)^2 \times b + (\sqrt{2}i)^2 \times c + (-\sqrt{2}i)^2 \times d \\ &= a + b - 2c - 2d = (a + b) - 2(c + d) = 0 \end{aligned}$$

$$a + b = 2(c + d)$$

$$2a = 4c(\because \text{①})$$

$$\therefore a = 2c$$

$$\therefore a : b : c : d = 1 : 1 : 2 : 2$$

$$\therefore n = a + b + c + d = 6a, n \text{ 은 } 6 \text{ 의 배수}$$

15. $|x|(2+3i)+2|y|(1-2i)=6-5i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 꼭짓점으로 하는 다각형의 넓이는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(2|x|+2|y|)+(3|x|-4|y|)i=6-5i$$

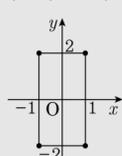
복소수의 상등에 의하여

$$|x|+|y|=3, 3|x|-4|y|=-5$$

두 식을 연립하면

$$|x|=1, |y|=2$$

$$(x, y) \rightarrow (1, 2), (1, -2), (-1, 2), (-1, -2)$$



$$\therefore \text{직사각형의 넓이} = 2 \times 4 = 8$$