1. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설

직사각형의 성질은 '네 내각의 크기가 같다.'이다.

2. 다음 보기는 어떤 사각형에 대한 설명인가?

보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형

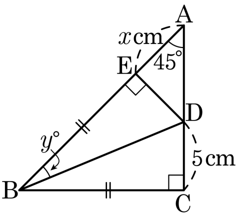
① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

마름모는 두 대각선의 길이가 같지 않다.

3. 다음 △ABC에서 x, y의 값을 차례로 나열한 것은?



① 3, 20 ② 3, 22.5 ③ 5, 20

④ 5, 22.5 ⑤ 4, 25

해설

△BED ≡ △BCD (RHS 합동)이다.

$\angle CBE = 180° - 45° - 90° = 45°$이고,

$\angle CBD = \angle EBD = 22.5°$

$\therefore \angle y = 22.5°$

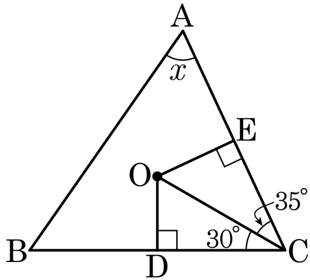
△AED는 직각이등변삼각형이고

($\because \angle DAE = 45° = \angle ADE$)

$\overline{DC} = \overline{ED} = \overline{AE} = 5\,\text{cm}$

$\therefore\ x = 5\,\text{cm}$

4. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40°　② 50°　③ 60°　④ 70°　⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30°$, $\angle OAE = 35°$

$\angle OBA = \angle OAB$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180° \cdots$ ㉠

$\angle A = \angle OAB + 35° \cdots$ ㉡

$\angle B = \angle OBA + 30° \cdots$ ㉢

$\angle C = 30° + 35° \cdots$ ㉣

㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25°$

$\therefore \angle A = 25° + 35° = 60°$ 이다.

5. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

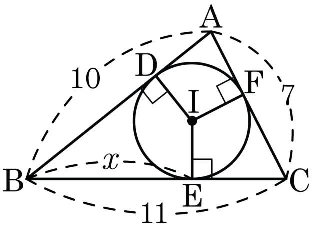
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{BE}$ 의 길이는?



① 6 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 7

해설

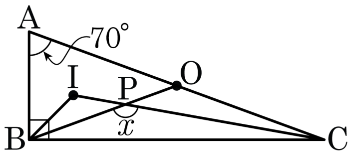
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BE} = x = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{CE} = 11 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 10 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 - x + 11 - x = 7$

$\therefore x = 7$

7. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 120°　② 130°　③ 140°　④ 150°　⑤ 160°

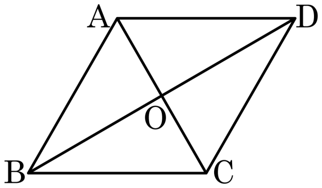
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AD} = \overline{BC}$

② $\angle ADB = \angle ACB$

③ $\overline{BO} = \overline{DO}$

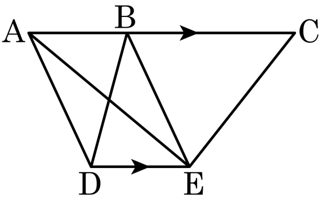
④ $\angle BAC = \angle ACD$

⑤ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

9. 다음 그림에서 □BDEC의 넓이는 $40cm^2$이고, △ADE의 넓이는 $16cm^2$일 때, △BEC의 넓이는?

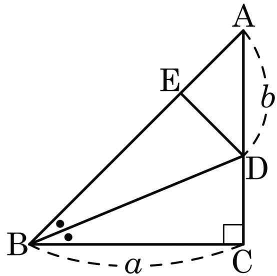


① $24cm^2$　② $26cm^2$　③ $28cm^2$
④ $30cm^2$　⑤ $32cm^2$

해설

△ADE = △BDE,
△BEC = □BDEC − △BDE이므로
△BEC = 40 − 16 = $24(cm^2)$

10. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a, b 로 나타내면?



① $a - b$ ② $2a - b$ ③ $2b - a$

④ $a + b$ ⑤ $\frac{1}{2}a + b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a - b$

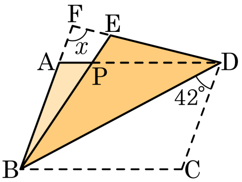
$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$

$$\overline{AB} = \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b$$
$$= 2a - b$$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 를 대각선 BD 를 따라 접어 $\triangle DBC$ 가 $\triangle DBE$ 로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하고 $\angle BDC = 42°$ 일 때, $\angle x = \square°$ 이다. □ 의 값은?



① 94　② 96　③ 98　④ 100　⑤ 102

해설

$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로

$\angle CBD = \angle ABD = 42°$ 이고,

$\triangle EDB$ 는 $\triangle CDB$ 를 접어올린 것이므로

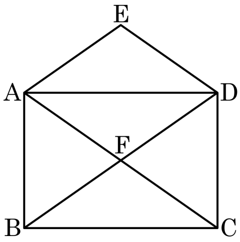
$\angle CDB = \angle EDB = 42°$ 이다.

$\triangle FBD$ 의 내각의 합이 $180°$ 임을 이용하면

$\angle x + 42° \times 2 = 180°$

$\therefore \angle x = 96°$

12. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다.
$\overline{DE} = 6x\text{cm}$, $\overline{AE} = (3x+2y)\text{cm}$, $\overline{CF} = (14-x)\text{cm}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

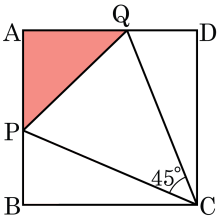


① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14-x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x+2y$, $12 = 6+2y$, $y = 3$ 이므로 $x+y = 5$ 이다.

13. 다음 정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 $4\,\text{cm}$이고 $\angle PCQ = 45°$일때, $\triangle APQ$의 둘레의 길이는?

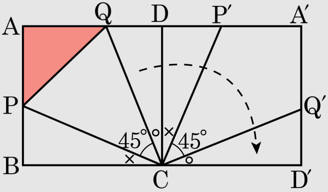


① 2　② 4　③ 6

④ 8　⑤ 10

해설

□ABCD를 점 C를 중심으로 오른쪽으로 회전시켜면 다음 그림과 같다.



$\angle QCP' = \angle QCD + \angle DCP' = \angle QCD + \angle BCP = 45°$

$\triangle QCP, QCP'$에서

$\overline{CP} = \overline{CP'}, \angle QCP = \angle QCP' \cdots$ ㉠

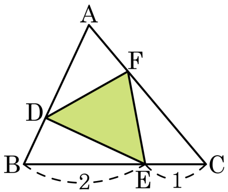
$\overline{QC}$는 공통$\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle QCP \equiv QCP'$(SAS합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{P'Q}$

($\triangle APQ$의 둘레의 길이) $= \overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QA} = \overline{A'P'}+\overline{P'Q}+\overline{QA} = 4+4=8$

14. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\dfrac{8}{9}\,\text{cm}^2$ ② $\dfrac{32}{9}\,\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{46}{9}\,\text{cm}^2$

④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $8\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \dfrac{2}{3}\triangle FAB = \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{3}\triangle ABC\right) = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

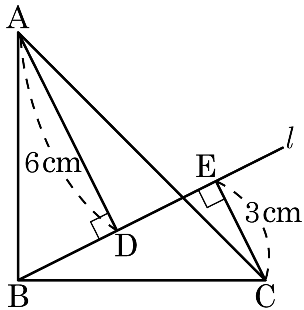
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\text{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\text{cm}^2$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭지점 A, C 에서 꼭지점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}, \overline{CE} = 3\text{cm}$, 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$\angle ADB = \angle BEC = 90°$

$\overline{AB} = \overline{BC}, \angle ABD = 90° - \angle EBC = \angle BCE$

따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동) 이므로

$\overline{BD} = \overline{CE} = 3(\text{cm}), \overline{BE} = \overline{AD} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 6 - 3 = 3(\text{cm})$