1. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

① -14

② 14

③ 20

④ -20

⑤ 17

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ 이므로 } A = 3, B = 17$$

$$\therefore A - B = -14$$

2. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - 4x + 1 = 0, x = 2 \pm \sqrt{3}$

② $3x^2 + 7x - 5 = 0, x = \frac{-7 \pm \sqrt{109}}{6}$

③ $4x^2 - 5x - 3 = 0, x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$

④ $3x^2 + 2x - 4 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$

⑤ $3x^2 - 6x + 2 = 0, x = \frac{6 \pm \sqrt{3}}{6}$

해설

⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

3. 다음 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것은?

① $x^2 + 8 = 6x + 1$

② $6x^2 - 9x + 9 = 0$

③ $(x - 2)^2 - x = 1$

④ $3x - 1 = 4x^2 - x$

⑤ $x^2 - 1 = 0$

해설

④ $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$(2x - 1)^2 = 0$

따라서 중근을 갖는다.

4. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $b^2 - ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

② $b^2 - ac = 0$ 이면 근이 없다.

③ $b^2 - 4ac < 0$ 이면 2 개의 다른 실근을 가진다.

④ $b = 0$ 이면 중근을 가진다.

⑤ $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고 $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근을 가지고, $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근이 없다.

5. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{b}{2a}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

$$\textcircled{4} \quad -\frac{b}{2a}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

6. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

7. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$

② $(x - 1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$

⑤ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

① $x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

8. 이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x^2 - 4x - 1 = 0$ 에서

$x = 2 \pm \sqrt{5}$

$A = 2, B = 5,$

$\therefore A + B = 7$

9. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$

② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$

④ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$

⑤ $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

10. 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{3}$ (중근)

② $x = -\frac{1}{3}$ (중근)

③ $x = \frac{6 \pm \sqrt{2}}{18}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{6}$

⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$ax^2 + 2b'x + c = 0 (a \neq 0)$ 에서

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \text{ 이다.}$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$$

11. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

12. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $b = 0$ 이면 근이 없다.

② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.

③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

④ $a < 0$ 이면 근이 없다.

⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

13. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 할 때, a, b 를 근으로 하는 $x^2 + px + q = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

① 2 개

② 1 개

③ 0 개

④ 무수히 많다.

⑤ 근의 개수를 구할 수 없다.

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 에서 $(-4)^2 + 4 \times 12 > 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.

$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$ 에서 $(-2)^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times 4 = 0$ 이므로 $b = 1$ 이다.

2, 1 을 근으로 하는 방정식을 구하면 $(x - 2)(x - 1) = 0$, $x^2 - 3x + 2 = 0$ 이고 근의 개수는 $(-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 > 0$ 이므로 2 개다.

14. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

15. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근