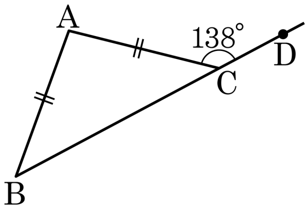
1. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle \mathrm{ACD} = 138°$ 일 때, $\angle \mathrm{ABC}$ 의 크기는?



① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

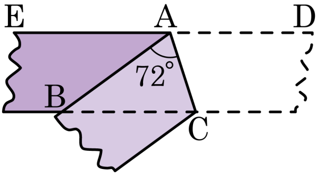
해설

$\angle \mathrm{ACB} = 180° - 138° = 42°$

$\triangle \mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{ACB} = 42°$

2. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



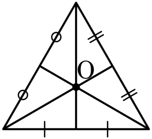
▶ 답 :

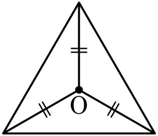
▷ 정답 : 이등변삼각형

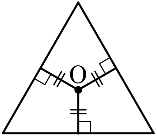
해설

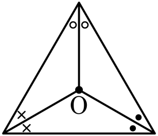
종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각)이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

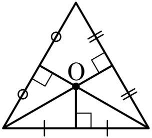
3. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


④


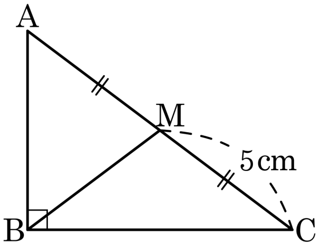
⑤


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CM} = 5\text{cm}$ 이고 점 M 이 삼각형의 외심일 때, $\overline{BM}$ 의 길이는?

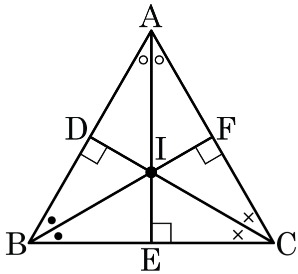


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$ 이다,
따라서 $\overline{CM} = 5\text{cm}$ 이므로 $\overline{CM} = \overline{BM} = 5\text{cm}$ 이다.

5. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



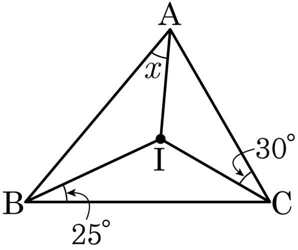
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \cdots$ ①
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

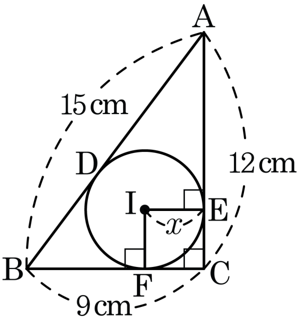
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore \ \angle x = 35°$

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 I 의 반지름의 길이 x 는 얼마인가?

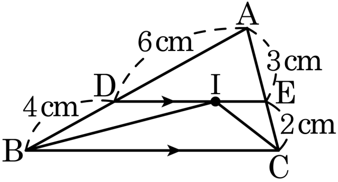


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$x = \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BF} = 9 - x$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 12 - x$
따라서 $(9 - x) + (12 - x) = 15$ 이므로 $x = 3(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{AE} = 3\text{cm}$, $\overline{EC} = 2\text{cm}$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

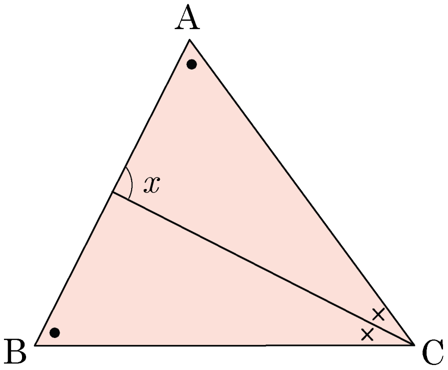


① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x$ 의 크기는?



① $80°$ ② $85°$ ③ $90°$ ④ $95°$ ⑤ $100°$

해설

$\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형 이등변삼각형의 꼭짓각의 이등분선은 밑 변을 수직이등분하므로 $\angle x = 90°$ 이다.

10. 다음은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P 라 할 때, $\triangle PBC$ 는 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다.

> $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로
>
> $\angle PBC = \boxed{\text{(나)}} \times \angle B = \dfrac{1}{2} \times \boxed{\text{(다)}} = \boxed{\text{(라)}}$
>
> 따라서 $\triangle PBC$ 는 $\boxed{\text{(마)}}$ 이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle C$

② (나) 2

③ (다) $\angle C$

④ (라) $\angle PCB$

⑤ (마) 이등변삼각형

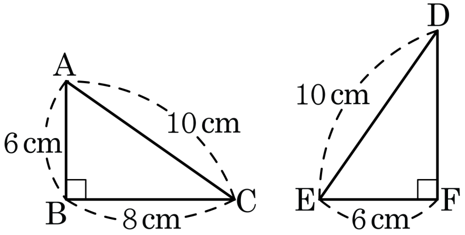
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = (\angle C\ )$ 이므로

$\angle PBC = \left(\dfrac{1}{2}\right) \times \angle B = \dfrac{1}{2} \times (\angle C\ ) = (\angle PCB\ )$

따라서 $\triangle PBC$ 는 (이등변삼각형) 이다.

11. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



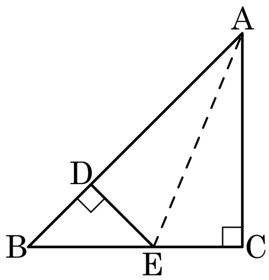
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

12. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle C = 90°$, $\angle ADE = 90°$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle DAE = \angle CAE$

② $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$

③ $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$

④ $\overline{BE} = \overline{EC}$

⑤ $\angle DEB = \angle BAC$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = 90°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형

$\Leftrightarrow \angle A = \angle B = 45°$

$\square ADEC$ 에서 $\angle DEC = 360° - (90° \times 2 + 45°) = 135°$

$\angle DEB = 180° - \angle DEC = 45°$

$\angle DEB = \angle BAC = 45°$ (⑤)

$\angle B = \angle DEB = 45°$ 이므로 $\triangle DEB$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow$ $\overline{DB} = \overline{DE} \cdots$ ㉠

$\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서

i) $\overline{AE}$ 는 공통

ii) $\overline{AD} = \overline{AC}$

iii) $\angle ADE = \angle ACE = 90°$ (③)

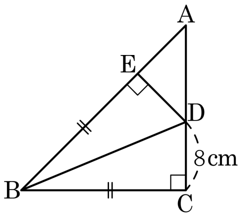
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동) 이다. 합동인 대응각의 크기는 같으므로

$\angle DAE = \angle CAE$ (①)

합동인 대응변의 크기는 같으므로 $\overline{DE} = \overline{EC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$ (②)

13. 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$이고 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BE}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$일 때, $\triangle AED$의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

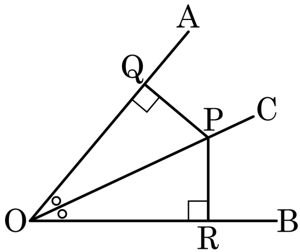
▷ **정답 :** $32\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 45°$이다.
따라서 $\triangle AED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle EDB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동),
$\overline{CD} = \overline{ED}$이므로 $\overline{ED} = \overline{EA}$이다.
그러므로 $\triangle AED$는 밑변 $8\,\text{cm}$, 높이 $8\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32\ (\text{cm}^2)$이다.

14. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA , OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

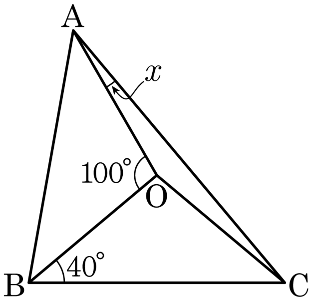


① $\angle POQ = \angle POR$
② $\angle OQP = \angle ORP$
③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$
④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$
⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점 Q 와 점 R 은 수선의 발을 내린 것이므로
$\angle OQP = \angle ORP = 90°$ (②)
$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통
ⅱ) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ ($\because$가정)
ⅲ) $\angle QOP = \angle ROP$ ($\because$가정)
직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로
$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다. (③)
합동인 삼각형의 두 대변의 길이는 같으므로 ④는 참이다.
또, 합동인 삼각형의 두 대각의 크기는 같으므로 ①은 참이다.

15. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



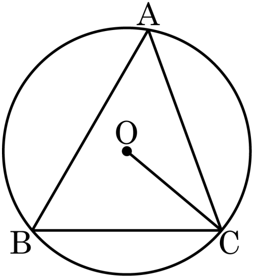
① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore\ \angle x = 10°$.

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?



① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

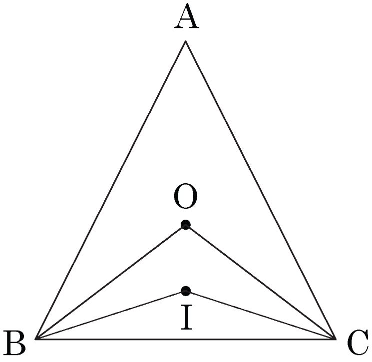
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,

$\angle BOC = 100°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \dfrac{1}{2}\angle BOC = 50°$

17. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

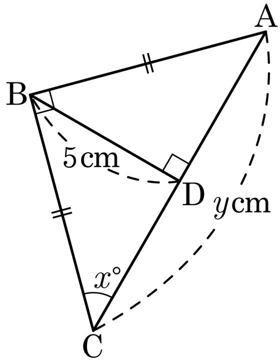
▷ 정답 : 54 °

해설

$90° + \dfrac{1}{2}\angle BOC = 144°$ 이므로 $\angle BOC = 108°$ 이다.

따라서 $\angle A = \dfrac{1}{2}\angle BOC = 54°$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하자. 이 때, $x-y$의 값은?



① 30 ② 32 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

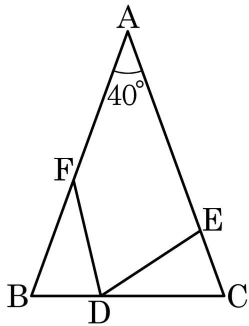
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$이므로

$\triangle CBD$는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,\text{cm}$인 이등변삼각형이고, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 위의 점이고, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle FDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

또, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle FBD \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 대응각으로

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$

$\angle FDE$ 의 크기를 x 라 하면

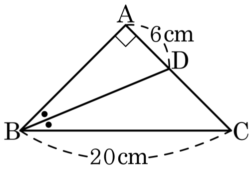
$x + \angle CDE = 70° + \angle BFD$ 이고

$\angle BFD = \angle CDE$ 이므로

$\therefore\ x = 70°$

$\therefore\ \angle FDE = 70°$

20. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

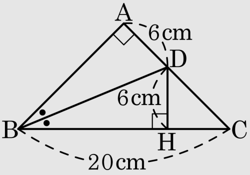


① $50\,\text{cm}^2$ ② $52\,\text{cm}^2$ ③ $58\,\text{cm}^2$

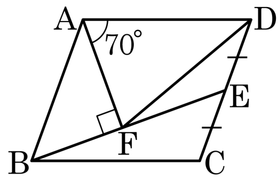
④ $60\,\text{cm}^2$ ⑤ $64\,\text{cm}^2$

해설

($\triangle$DBC의 넓이) $= 20 \times 6 \times \frac{1}{2} = 60\ (\text{cm}^2)$



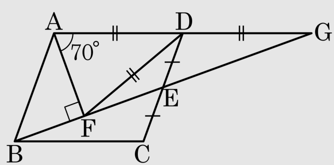
21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70°$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답:

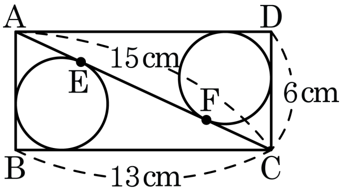
▷ 정답: 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
$\therefore \angle DFE = 90° - \angle DFA = 90° - \angle DAF = 20°$

22. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 △ABC, △ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

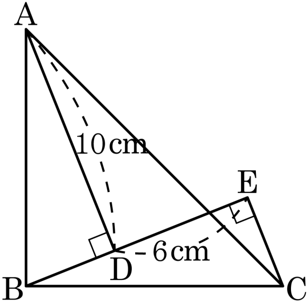
$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$(15-x)+(6-x)=13 \quad \therefore x=4(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{CF}=4(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF}=15-(4+4)=7(\text{cm})$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90°$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$\angle ADB = \angle BEC = 90°$

$\overline{AB} = \overline{BC}$

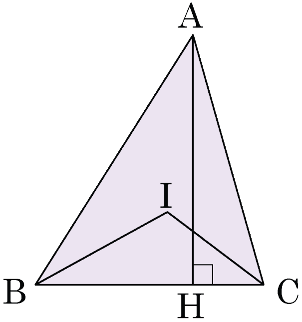
$\angle ABD = \angle BCE$

$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$(RHA합동)

$\overline{BD} = \overline{EC}$

$\therefore \overline{EC} = \overline{BE} - \overline{DE} = 10 - 6 = 4\,(\text{cm})$

24. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\angle ABC = 60°$, $\angle BCA = 70°$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$이다. $\angle IAH : \angle BIC$를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$로 나타냈을 때, $x + y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

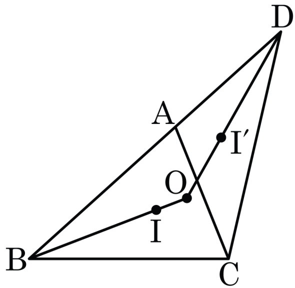
해설

$\angle A = 180° - (60° + 70°) = 50°$이므로 $\angle IAB = 25°$이다.

$\angle BAH = 90° - 60° = 30°$이므로 $\angle IAH = 5°$이다.

$\angle BIC = 180° - (30° + 35°) = 115°$이므로 $x : y = 1 : 23$

25. $\angle\mathrm{BAC} = 70°$, $\angle\mathrm{ABC} = 42°$, $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AD}}$ 이고 점I, I′ 는 각각 $\triangle\mathrm{ABC}$, $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 내심이다. 점 O는 $\overline{\mathrm{BI}}$ 와 $\overline{\mathrm{DI'}}$ 의 연장선의 교점일 때, $\angle\mathrm{IOI'}$ 의 크기를 구하여라.



① 147.5° ② 148.5° ③ 149.5°

④ 131.5° ⑤ 141.5°

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AD}}$ 이므로

$\angle\mathrm{ADC} = \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC} = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

점 I는 내심이므로 $\angle\mathrm{ABI} = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I′ 는 내심이므로 $\angle\mathrm{ADI'} = 35° \times \frac{1}{2} = 17.5°$

$\therefore \angle\mathrm{IOI'} = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$