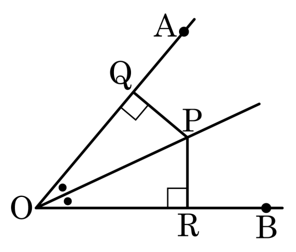
1. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$　　② $\overline{OP}$ 는 공통

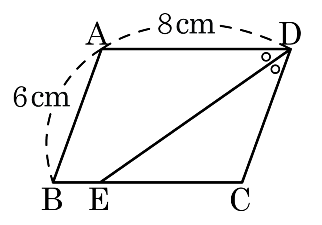
③ $\angle PQO = \angle PRO$　　④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

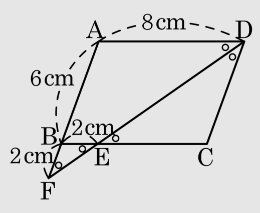
④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서
ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ⅱ) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)
ⅲ) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)
ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

2. □ABCD 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\overline{CE}$ 의 길이를 구하면?



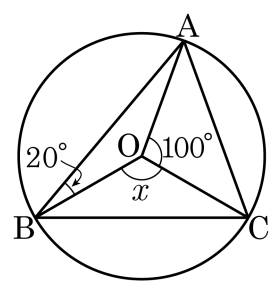
① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설



$\overline{DF}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 F 라 하자. 그러면 $\triangle AFD$ 는 $\angle ADF = \angle AFD$ 이므로 이등변삼각형이 되므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 8\text{cm}$, $\overline{BE} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$, $\overline{BE} = \overline{BF} = 2\text{cm}$ 이다.
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 6\text{cm}$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle\mathrm{ABO} = 20°$, $\angle\mathrm{AOC} = 100°$일 때, $\angle x$의 크기는?

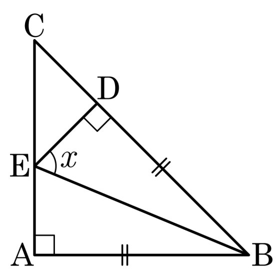


① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle\mathrm{AOC}$는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = 40°$
$\triangle\mathrm{OAB}$는 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$인 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = 20°$
$\therefore\ \angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BAO} + \angle\mathrm{CAO} = 60°$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle\mathrm{BOC} = 2 \times \angle\mathrm{BAC} = 2 \times 60° = 120°$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

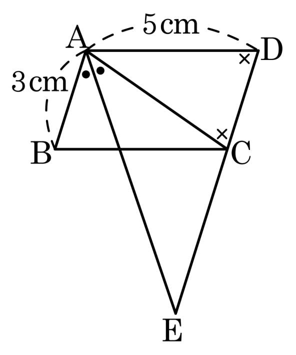


① 60°　② 62.5°　③ 65°　④ 67.5°　⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,
$\angle ABC = 45°$
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.
$\angle EBD = 45° \times \frac{1}{2} = 22.5°$
$\triangle DBE$ 에서
$\therefore \angle x = 90° - 22.5° = 67.5°$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ACD = \angle ADC$ 이고 변 DC 의 연장선과 $\angle BAC$ 의 이등분선의 교점을 E 라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

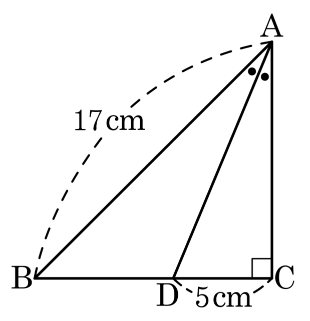


① 8cm　② 10cm　③ 12cm　④ 14cm　⑤ 16cm

해설

□ABCD 는 평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\text{cm}$ 이고, $\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로
$\therefore \angle BAE = \angle CEA = \angle CAE$ 이다.
$\angle ACD = \angle ADC$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{AD} = \overline{AC} = 5\text{cm}$
$\angle CAE = \angle CEA$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{CE} = 5\text{cm}$
$\therefore\ \overline{DE} = \overline{DC} + \overline{CE} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

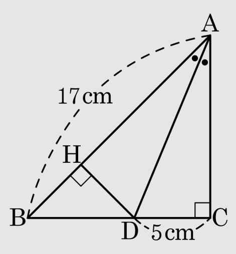
6. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} =$ 17cm, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



① $\frac{11}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\text{cm}^2$ ③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$
④ $33\,\text{cm}^2$ ⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

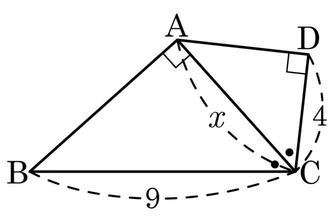


$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17\times5\times\frac{1}{2} = \frac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5\times12\times\frac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\frac{85}{2} - 30 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\square$ABCD 에서 $\angle\mathrm{BCA} = \angle\mathrm{ACD}$, $\angle\mathrm{ADC} = \angle\mathrm{BAC} = 90^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하면? (단, $\overline{\mathrm{BC}} = 9$, $\overline{\mathrm{CD}} = 4$, $\overline{\mathrm{AC}} = x$)

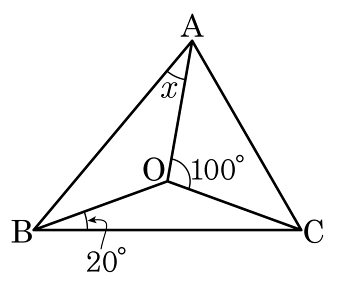


① $\frac{15}{2}$ ② 7 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$\triangle\mathrm{ADC}$ 와 $\triangle\mathrm{BAC}$ 에서 $\angle\mathrm{ACD} = \angle\mathrm{BCA}$,
$\angle\mathrm{ADC} = \angle\mathrm{BAC}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ADC} \backsim \triangle\mathrm{BAC}$
(AA 닮음)
$\overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} : \overline{\mathrm{AC}}$
$x : 9 = 4 : x$
$x^2 = 36$
$\therefore\ x = 6\ (\because x > 0)$

8. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?

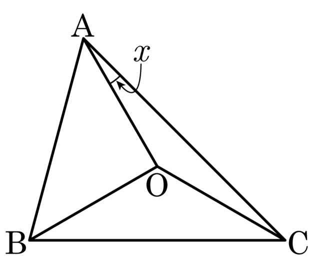


① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OBA = x$
$\angle AOC = 2\times\angle ABC$이므로
$(x+20)\times 2 = 100$, $x = 30$
$\therefore \angle BAO = 30°$

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

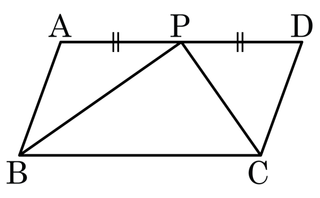
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?



① $60°$　② $75°$　③ $80°$　④ $85°$　⑤ $90°$

해설

$\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이므로

$\overline{AB} = \overline{AP} = \overline{PD}$

$\angle ABP = \angle APB, \angle DPC = \angle DCP$

$\angle A + \angle D = 180°$ 이므로

$2\angle APB + 2\angle DPC = 180°$

$\therefore \angle APB + \angle DPC = 90°$

$\angle BPC = 180° - (\angle APB + \angle DPC)$

$= 180° - 90° = 90°$