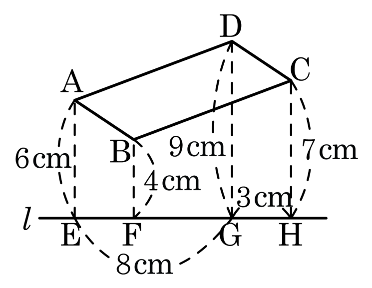
1. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 네 꼭짓점 A, B, C, D 와 직선 l 사이의 거리가 각각 6cm, 4cm, 7cm, 9cm 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 25 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

□ABCD

= (□AEGD + □DGHC) − (□AEFB + □BFHC)

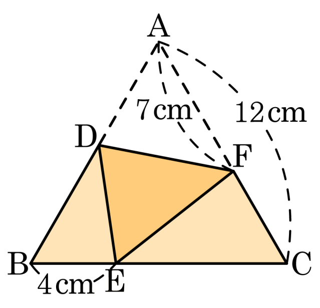
$= \left\{(6+9)\times 8\times \frac{1}{2} + (9+7)\times 3\times \frac{1}{2}\right\}$

$- \left\{(6+4)\times 3\times \frac{1}{2} + (4+7)\times 8\times \frac{1}{2}\right\}$

$= (60+24) - (15+44)$

$= 25(\mathrm{cm}^2)$

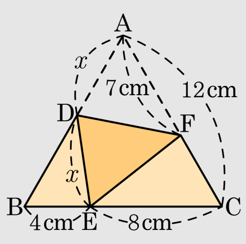
2. 다음 그림은 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변BC 위의 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AF}=7cm$, $\overline{BE}=4cm$, $\overline{AC}=12cm$ 일 때, $\overline{BD}$ 와 $\overline{AD}$ 의 길이의 차는?



① 12cm ② $\frac{4}{5}$cm ③ $\frac{32}{5}$cm
④ $\frac{28}{5}cm$ ⑤ 0cm

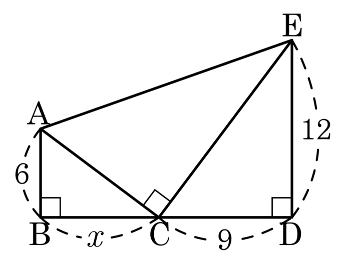
해설

다음 그림의 $\triangle$BED 와 $\triangle$CFE 에서
$\angle BED = \angle CFE$
$\angle B = \angle C = 60° \cdots$ ㉠
$\angle BED + \angle BDE = 120°$
$\angle BED + \angle CEF = 120°$ ($\because \angle DEF = \angle A = 60°$)
$\therefore\ \angle BDE = \angle CEF\ \cdots$ ㉡



㉠, ㉡에서 $\triangle BED \backsim \triangle CFE$
$\overline{AF} = \overline{EF} = 7$ (cm)
$\overline{FC} = 12 - 7 = 5$ (cm)
$\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 이므로 $4 : 5 = x : 7$
$5x = 28 \qquad \therefore\ x = \frac{28}{5}$
$\overline{BD} = 12 - \frac{28}{5} = \frac{32}{5}$ (cm), $\overline{AD} = \frac{28}{5}$ (cm)
따라서 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AD}$ 의 길이의 차는 $\frac{32}{5} - \frac{28}{5} = \frac{4}{5}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{CD}=9$, $\overline{DE}=12$ 일 때, x 의 값은?

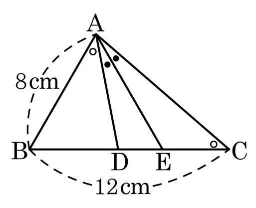


① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\angle BAC+\angle BCA=90°$, $\angle BCA+\angle ECD=90°$
$\angle ECD+\angle CED=90°$ 이므로
$\angle BCA=\angle CED$, $\angle BAC=\angle DCE$
$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{CD}=6:9=2:3$ 이므로 $x:12=2:3$
$\therefore$ $x=8$

4. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle EAC$ 일 때, $\overline{DE}$ 와 $\overline{EC}$ 의 길이의 차를 구하여라.



① $0.5\,cm$ ② $\frac{4}{3}\,cm$ ③ $1.5\,cm$

④ $2\,cm$ ⑤ $2.5\,cm$

해설

$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$

$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{CB} : \overline{BA}$

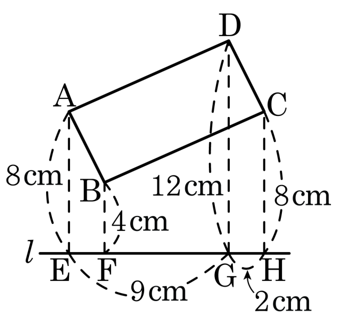
$8 : \overline{BD} = 12 : 8,\ \overline{BD} = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}(cm)$

$\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{DE} : \overline{EC} = 2 : 3,\ \overline{DE} = \frac{8}{3}\,cm,\ \overline{EC} = \frac{12}{3}\,cm$

$\therefore \overline{EC} - \overline{DE} = \frac{12}{3} - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}(cm)$

5. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 네 꼭짓점 A, B, C, D 와 직선 l 사이의 거리가 각각 8cm, 4cm, 12cm, 8cm 일 때, □ABCD 의 넓이로 옳은 것은?



① 26cm^2　② 29cm^2　③ 33cm^2
④ 44cm^2　⑤ 48cm^2

해설

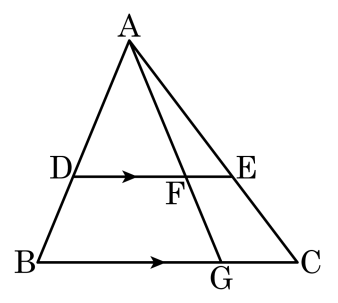
□ABCD
= (□AEGD + □DGHC) − (□AEFB + □BFHC)

$= \left\{(8+12)\times 9\times \frac{1}{2} + (8+12)\times 2\times \frac{1}{2}\right\}$

$- \left\{(4+8)\times 2\times \frac{1}{2} + (8+4)\times 9\times \frac{1}{2}\right\}$

$= (90+20) - (12+54)$
$= 44(\mathrm{cm}^2)$

6. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\dfrac{\overline{DF}}{\overline{FE}} = \dfrac{\overline{BG}}{\overline{GC}}$

㉡ $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{EC}$

㉢ $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB}$

㉣ $\dfrac{\overline{FE}}{\overline{GC}} = \dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$

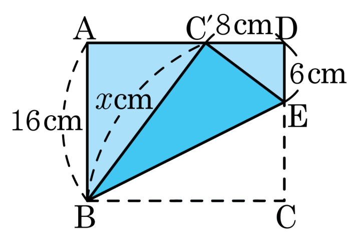
㉤ $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

① ㉠,㉡　② ㉠,㉢,㉣　③ ㉢,㉣,㉤
④ ㉡,㉢,㉣　⑤ ㉠,㉡,㉤

해설

㉡ $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{AC}$ ㉤ $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$

7. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 를 접는 선으로 꼭짓점 C 가 변 AD 위의 점 C′ 에 오도록 접었을 때, x 의 값은?



① 18　② 20　③ 22　④ 24　⑤ 26

해설

접어 올린 삼각형이므로 $\overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{EC'}}$ 이다.

$\angle \mathrm{ABC'} + \angle \mathrm{AC'B} = \angle \mathrm{AC'B} + \angle \mathrm{EC'D} = 90°$

$\Rightarrow\ \angle \mathrm{ABC'} = \angle \mathrm{EC'D}\ \cdots$ ㉠

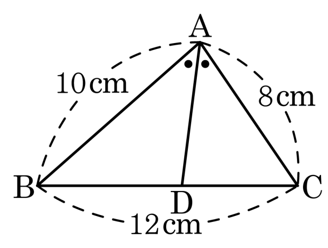
$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{D} = 90°\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle \mathrm{ABC'} \backsim \triangle \mathrm{DC'E}$

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{DC'}} = \overline{\mathrm{BC'}} : \overline{\mathrm{C'E}}$ 이므로 $16 : 8 = x : 10$

$\therefore\ x = 20$

8. 다음 그림과 같은 $\angle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 라 한다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $\dfrac{10}{3}$ cm　　② $\dfrac{13}{3}$ cm　　③ $\dfrac{16}{3}$ cm
④ $\dfrac{20}{3}$ cm　　⑤ $\dfrac{26}{3}$ cm

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

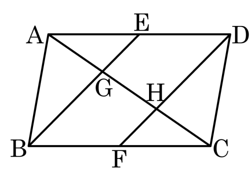
$10 : 8 = \overline{BD} : (12 - \overline{BD})$

$8\overline{BD} = 120 - 10\overline{BD}$

$18\overline{BD} = 120$

$\therefore x = \dfrac{20}{3}(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{EB}$, $\overline{DF}$ 와 대각선 AC 가 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, □GBFH 의 넓이는 평행사변형 ABCD 의 넓이의 몇 배인가?

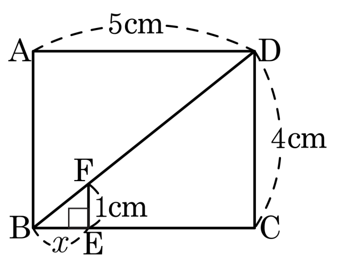


① $\frac{1}{8}$ 배 ② $\frac{1}{5}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배 ④ $\frac{1}{3}$ 배 ⑤ $\frac{1}{2}$ 배

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이고, $\overline{ED} // \overline{BF}$ 이므로 □EBFD 는 평행사변형이다.
B, D 를 연결하고 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AC}$ 의 교점을 O 라 하면 △OGB 와 △OHD 에서 $\overline{BE} // \overline{FD}$ 이므로
$\angle GBO = \angle HDO$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle GOB = \angle HOD$ 가 되어 △OGB ≡ △OHD (ASA 합동) 이다.
□GBFH = △OGB + □OBFH = △OHD + □OBFH = △DBF = $\frac{1}{2}$△BDC = $\frac{1}{4}$□ABCD
∴ $\frac{1}{4}$ 배

10. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형일 때, x 의 값을 구하면?



① 1　　② 1.25　　③ 1.5　　④ 1.75　　⑤ 2

해설

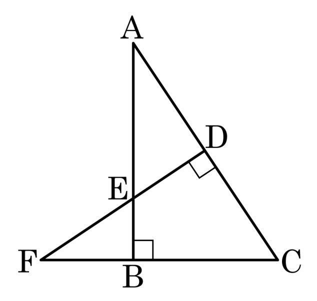
$\triangle BCD \backsim \triangle BEF$ 이므로

$\overline{CD} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{BE}$ 이다.

$\overline{BC} = \overline{AD} = 5(\text{cm})$ 이므로 $4 : 1 = 5 : x$

$4x = 5 \qquad \therefore\ x = 1.25$

11. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle FDC = 90°$ 일 때, 다음 중 서로 닮음이 아닌 것은?



① $\triangle ABC$ ② $\triangle FDC$ ③ $\triangle ADE$

④ $\triangle FBE$ ⑤ $\triangle EBC$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서

$\angle ABC = \angle FDC = 90°$, $\angle C$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$\angle ABC = \angle ADE = 90°$, $\angle A$ 는 공통

$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)

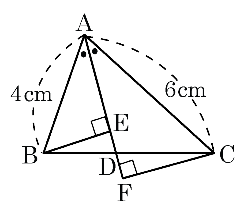
$\triangle ABC$ 와 $\triangle FBE$ 에서

$\angle ABC = \angle FBE = 90°$

$\angle A = 90° - \angle C = \angle F$

$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)

12. $\triangle$ABC 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle$A 의 이등분선이고, 꼭짓점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{BD} : \overline{DC}$ 의 값은?



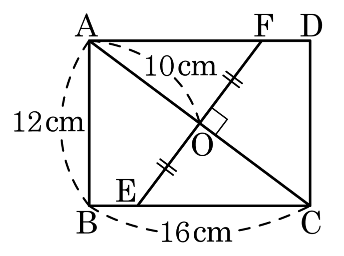
① 4 : 3　　② 2 : 3　　③ 7 : 6

④ 2 : 1　　⑤ 3 : 2

해설

$\triangle$ABE $\backsim \triangle$ACF 이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CF} = 2 : 3$ 이고,
$\triangle$BDE $\backsim \triangle$CDF 이므로 $\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 3$ 이다.

13. 다음 그림의 □ABCD 는 직사각형이고 $\overline{AC}$ 는 $\overline{EF}$ 의 수직이등분선이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AO} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

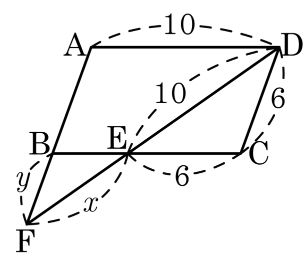


① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (SAS 합동) 이므로
$\overline{AO} = \overline{CO} = 10\ (\text{cm})$, $\overline{AC} = 20\ (\text{cm})$
$\triangle ABC \backsim \triangle EOC$ (AA 닮음) 이므로
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EO} : \overline{OC}$
$12 : 16 = \overline{EO} : 10$
$\overline{EO} = \frac{15}{2}\ (\text{cm})$
$\therefore\ \overline{EF} = 15\ (\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 점 D 를 지나는 직선이 변 BC 와 만난 점을 E , 변 AB 의 연장선과 만난 점을 F 라 할 때, $3x-2y$ 의 값은?



① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 25

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = 10$

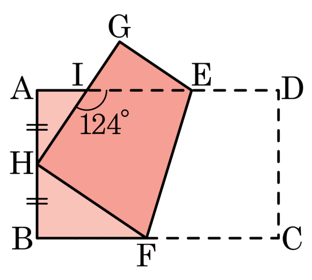
$\therefore\ \overline{\mathrm{BE}} = 10 - 6 = 4$

△BEF ∽ △CED 이므로 $x : 10 = 4 : 6 = y : 6$

$\therefore\ x = \dfrac{20}{3}$, $y = 4$

$\therefore\ 3x - 2y = 3 \times \dfrac{20}{3} - 2 \times 4 = 12$

15. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 변 AB 의 중점 H 에 오도록 $\overline{\mathrm{EF}}$ 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. $\angle \mathrm{HIE} = 124°$ 일 때, $\angle \mathrm{HFE}$ 의 크기는?



① 34°　② 48°　③ 56°　④ 62°　⑤ 73°

해설

$\angle \mathrm{HIE} = 124°$ 이므로 $\angle \mathrm{AIH} = 56°$ 이다.
$\angle \mathrm{A} = 90°$, $\angle \mathrm{AIH} = 56°$ 이므로 $\angle \mathrm{AHI} = 34°$ 이다.
$\angle \mathrm{GHF} = \angle \mathrm{C} = 90°$ 이므로 $\angle \mathrm{BHF} = 56°$ 이고 $\angle \mathrm{BFH} = 34°$ 이다. 따라서

$$x = \angle \mathrm{HFE} = \angle \mathrm{EFC} = \frac{(180° - 34°)}{2} = 73°$$