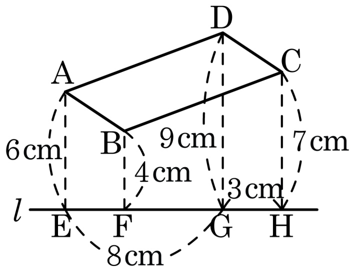
1. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 네 꼭짓점 A, B, C, D 와 직선 l 사이의 거리가 각각 6cm, 4cm, 7cm, 9cm 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 25 cm²

해설

□ABCD

$= (\square\text{AEGD} + \square\text{DGHC}) - (\square\text{AEFB} + \square\text{BFHC})$

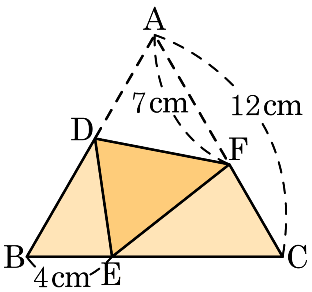
$= \left\{(6+9)\times 8\times \frac{1}{2} + (9+7)\times 3\times \frac{1}{2}\right\}$

$- \left\{(6+4)\times 3\times \frac{1}{2} + (4+7)\times 8\times \frac{1}{2}\right\}$

$= (60+24) - (15+44)$

$= 25(\text{cm}^2)$

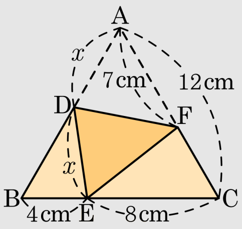
2. 다음 그림은 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변BC 위의 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{\mathrm{AF}} = 7\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BE}} = 4\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 12\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BD}}$ 와 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이의 차는?



① 12cm　② $\frac{4}{5}$cm　③ $\frac{32}{5}$cm
④ $\frac{28}{5}cm$　⑤ 0cm

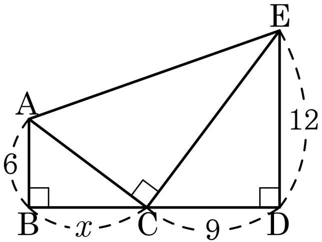
해설

다음 그림의 △BED 와 △CFE 에서
$\angle\mathrm{BED} = \angle\mathrm{CFE}$
$\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{C} = 60° \cdots$ ㉠
$\angle\mathrm{BED} + \angle\mathrm{BDE} = 120°$
$\angle\mathrm{BED} + \angle\mathrm{CEF} = 120°$ ($\because \angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{A} = 60°$)
$\therefore\ \angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{CEF}\ \cdots$ ㉡



㉠, ㉡에서 △BED ∽ △CFE
$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{EF}} = 7\ (\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{FC}} = 12 - 7 = 5\ (\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로 $4 : 5 = x : 7$
$5x = 28 \qquad \therefore\ x = \frac{28}{5}$
$\overline{\mathrm{BD}} = 12 - \frac{28}{5} = \frac{32}{5}\ (\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AD}} = \frac{28}{5}\ (\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 와 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이의 차는 $\frac{32}{5} - \frac{28}{5} = \frac{4}{5}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{CD}=9$, $\overline{DE}=12$ 일 때, x 의 값은?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\angle BAC+\angle BCA=90°$, $\angle BCA+\angle ECD=90°$

$\angle ECD+\angle CED=90°$ 이므로

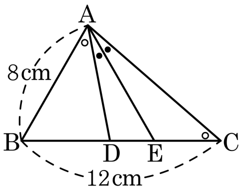
$\angle BCA=\angle CED$, $\angle BAC=\angle DCE$

$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{CD}=6:9=2:3$ 이므로 $x:12=2:3$

$\therefore\ x=8$

4. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle EAC$ 일 때, $\overline{DE}$ 와 $\overline{EC}$ 의 길이의 차를 구하여라.



① 0.5 cm ② $\frac{4}{3}$ cm ③ 1.5 cm

④ 2 cm ⑤ 2.5 cm

해설

$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$

$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{CB} : \overline{BA}$

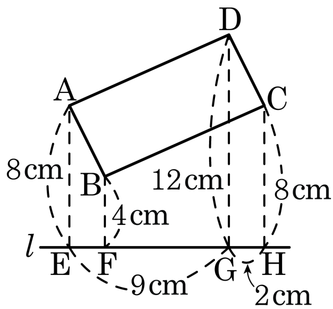
$8 : \overline{BD} = 12 : 8$, $\overline{BD} = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}(\text{cm})$

$\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{DE} : \overline{EC} = 2 : 3$, $\overline{DE} = \frac{8}{3}$ cm, $\overline{EC} = \frac{12}{3}$ cm

$\therefore \overline{EC} - \overline{DE} = \frac{12}{3} - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 네 꼭짓점 A, B, C, D 와 직선 l 사이의 거리가 각각 8cm, 4cm, 12cm, 8cm 일 때, □ABCD 의 넓이로 옳은 것은?



① 26cm^2 ② 29cm^2 ③ 33cm^2

④ 44cm^2 ⑤ 48cm^2

해설

□ABCD

= (□AEGD + □DGHC) − (□AEFB + □BFHC)

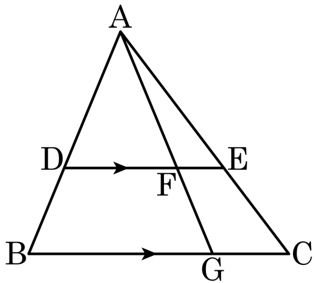
$$= \left\{(8+12)\times 9\times\frac{1}{2} + (8+12)\times 2\times\frac{1}{2}\right\}$$

$$- \left\{(4+8)\times 2\times\frac{1}{2} + (8+4)\times 9\times\frac{1}{2}\right\}$$

$$= (90+20) - (12+54)$$

$$= 44(\text{cm}^2)$$

6. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\dfrac{\overline{DF}}{\overline{FE}} = \dfrac{\overline{BG}}{\overline{GC}}$

㉡ $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{EC}$

㉢ $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB}$

㉣ $\dfrac{\overline{FE}}{\overline{GC}} = \dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$

㉤ $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

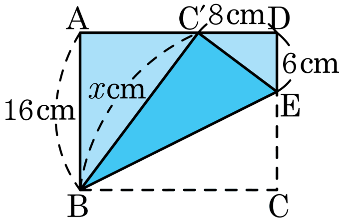
① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢,㉣ ③ ㉢,㉣,㉤

④ ㉡,㉢,㉣ ⑤ ㉠,㉡,㉤

해설

㉡ $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{AC}$ ㉤ $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$

7. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 를 접는 선으로 꼭짓점 C 가 변 AD 위의 점 C′ 에 오도록 접었을 때, x 의 값은?



① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

접어 올린 삼각형이므로 $\overline{EC} = \overline{EC'}$ 이다.

$\angle ABC' + \angle AC'B = \angle AC'B + \angle EC'D = 90°$

$\Rightarrow \angle ABC' = \angle EC'D$ ⋯㉠

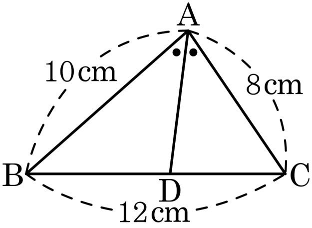
$\angle A = \angle D = 90°$ ⋯㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle ABC' \backsim \triangle DC'E$

$\overline{AB} : \overline{DC'} = \overline{BC'} : \overline{C'E}$이므로 $16 : 8 = x : 10$

$\therefore\ x = 20$

8. 다음 그림과 같은 $\angle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=12\text{cm}$, $\overline{CA}=8\text{cm}$ 라 한다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $\dfrac{10}{3}$ cm ② $\dfrac{13}{3}$ cm ③ $\dfrac{16}{3}$ cm
④ $\dfrac{20}{3}$ cm ⑤ $\dfrac{26}{3}$ cm

해설

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

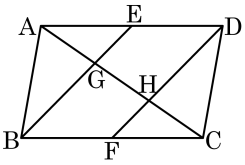
$10:8=\overline{BD}:(12-\overline{BD})$

$8\overline{BD}=120-10\overline{BD}$

$18\overline{BD}=120$

$\therefore x=\dfrac{20}{3}(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{EB}$, $\overline{DF}$ 와 대각선 AC 가 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, □GBFH 의 넓이는 평행사변형 ABCD 의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{8}$ 배 ② $\frac{1}{5}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배 ④ $\frac{1}{3}$ 배 ⑤ $\frac{1}{2}$ 배

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이고, $\overline{ED} /\!/ \overline{BF}$ 이므로 □EBFD 는 평행사변형이다.

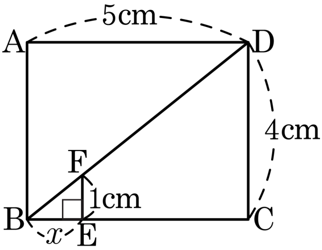
B, D 를 연결하고 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AC}$ 의 교점을 O 라 하면 △OGB 와 △OHD 에서 $\overline{BE} /\!/ \overline{FD}$ 이므로

$\angle GBO = \angle HDO$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle GOB = \angle HOD$ 가 되어 $\triangle OGB \equiv \triangle OHD$ (ASA 합동)이다.

□GBFH = △OGB + □OBFH = △OHD + □OBFH = △DBF = $\frac{1}{2}$△BDC = $\frac{1}{4}$□ABCD

$\therefore \frac{1}{4}$ 배

10. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형일 때, x 의 값을 구하면?



① 1 ② 1.25 ③ 1.5 ④ 1.75 ⑤ 2

해설

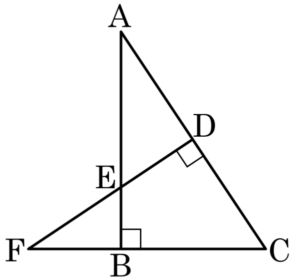
$\triangle BCD \backsim \triangle BEF$ 이므로

$\overline{CD} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{BE}$ 이다.

$\overline{BC} = \overline{AD} = 5(\text{cm})$ 이므로 $4 : 1 = 5 : x$

$4x = 5 \qquad \therefore\ x = 1.25$

11. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle FDC = 90^\circ$ 일 때, 다음 중 서로 닮음이 <u>아닌</u> 것은?



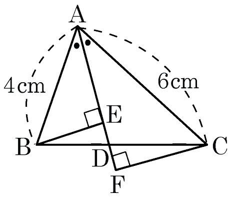
① $\triangle ABC$　　② $\triangle FDC$　　③ $\triangle ADE$

④ $\triangle FBE$　　⑤ $\triangle EBC$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서
$\angle ABC = \angle FDC = 90^\circ$, $\angle C$ 는 공통
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
$\angle ABC = \angle ADE = 90^\circ$, $\angle A$ 는 공통
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)
$\triangle ABC$ 와 $\triangle FBE$ 에서
$\angle ABC = \angle FBE = 90^\circ$
$\angle A = 90^\circ - \angle C = \angle F$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)

12. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고, 꼭짓점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{BD} : \overline{DC}$ 의 값은?



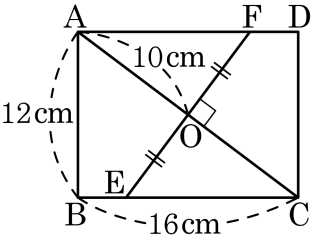
① 4 : 3 ② 2 : 3 ③ 7 : 6

④ 2 : 1 ⑤ 3 : 2

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle ACF$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CF} = 2 : 3$ 이고,
$\triangle BDE \backsim \triangle CDF$ 이므로 $\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 3$ 이다.

13. 다음 그림의 □ABCD 는 직사각형이고 $\overline{AC}$ 는 $\overline{EF}$ 의 수직이등분선이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AO} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (SAS 합동) 이므로

$\overline{AO} = \overline{CO} = 10\ (\text{cm})$, $\overline{AC} = 20\ (\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle EOC$ (AA 닮음) 이므로

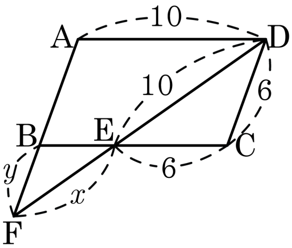
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EO} : \overline{OC}$

$12 : 16 = \overline{EO} : 10$

$\overline{EO} = \dfrac{15}{2}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF} = 15\ (\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 점 D 를 지나는 직선이 변 BC 와 만난 점을 E , 변 AB 의 연장선과 만난 점을 F 라 할 때, $3x-2y$ 의 값은?



① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 25

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{BC}=10$

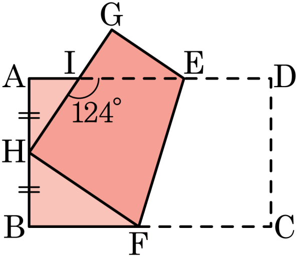
$\therefore\ \overline{BE}=10-6=4$

$\triangle BEF \backsim \triangle CED$ 이므로 $x : 10 = 4 : 6 = y : 6$

$\therefore\ x=\dfrac{20}{3}$, $y=4$

$\therefore\ 3x-2y=3\times\dfrac{20}{3}-2\times4=12$

15. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 변 AB 의 중점 H 에 오도록 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. $\angle HIE = 124°$ 일 때, $\angle HFE$ 의 크기는?



① 34° ② 48° ③ 56° ④ 62° ⑤ 73°

해설

$\angle HIE = 124°$ 이므로 $\angle AIH = 56°$ 이다.
$\angle A = 90°$, $\angle AIH = 56°$ 이므로 $\angle AHI = 34°$ 이다.
$\angle GHF = \angle C = 90°$ 이므로 $\angle BHF = 56°$ 이고 $\angle BFH = 34°$ 이다. 따라서

$$x = \angle HFE = \angle EFC = \frac{(180° - 34°)}{2} = 73°$$