1. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 8$ 일 때, 다음 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 조건은?

① $\overline{AC} = 5,\ \overline{CD} = 13$

② $\overline{AD} = 5,\ \overline{CD} = 8$

③ $\overline{AD} = 8,\ \overline{CD} = 5$

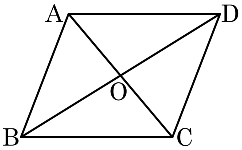
④ $\overline{AC} = 8,\ \overline{BD} = 5$

⑤ $\overline{AD} = 8,\ \angle ABC = 45°$

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 5,\ \overline{BC} = \overline{AD} = 8$이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 24 였다. $\triangle COD$ 의 넓이는?



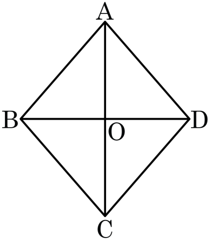
① 6　② 12　③ 24
④ 48　⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle ABO$, $\triangle OBC$, $\triangle OCD$, $\triangle OAD$ 의 넓이가 같으므로

$\triangle OCD = \dfrac{1}{2} \times \triangle ABC = 12$ 이다.

3. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건의 개수는?



보기

㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉣ $\angle ADC = 90°$

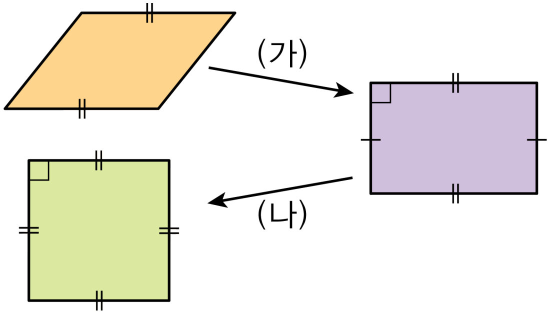
㉤ $\angle ABC = \angle BCD$

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

마름모가 정사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$ 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다. 따라서 $\overline{AO} = \overline{DO}$, $\angle ADC = 90°$, $\angle ABC + \angle BCD = 180°$ 이므로 $\angle ABC = \angle BCD$ 이면 된다.

4. 다음 그림을 보고 (가), (나) 에 들어갈 조건을 바르게 나타낸 것은?



① (가) : 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
(나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

② (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이하이다.
(나) : 네 변의 길이가 모두 같다.

③ (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.
(나) : 두 대각선이 서로 직교한다.

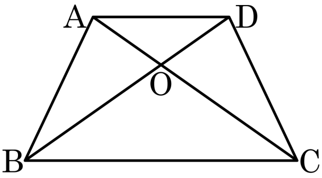
④ (가) : 두 대각선이 서로 직교한다.
(나) : 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ (가) : 두 대각선의 길이가 같다.
(나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 직교하거나 네 변의 길이가 모두 같으면 된다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle ABO = 20\text{cm}^2$, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



① 40cm^2 ② 50cm^2 ③ 60cm^2

④ 70cm^2 ⑤ 80cm^2

해설

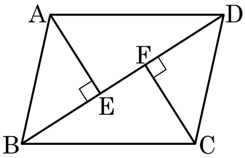
$\triangle AOB = \triangle COD = 20\text{cm}^2$

또, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 이므로

$\therefore \triangle BOC = 40\text{cm}^2$

따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 20 + 40 = 60(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE} // \overline{CF}$, $\overline{AF} // \overline{CE}$　　② $\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AF} = \overline{CE}$

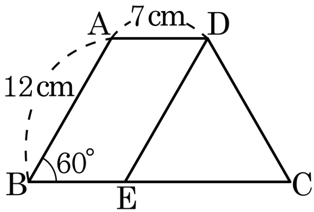
③ $\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} // \overline{CF}$　　④ $\overline{AE} // \overline{CF}$

⑤ $\overline{AF} = \overline{CF}$, $\overline{AF} // \overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} // \overline{CF}$ 이다.

7. 다음 그림의 $\square$ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} // \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{DE} = 12\text{cm}$

② $\overline{BC} = 19\text{cm}$

③ $\triangle$DEC는 정삼각형

④ $\triangle$DEC의 둘레의 길이는 21cm

⑤ $\square$ABCD의 둘레의 길이는 50cm

해설

$\angle B = \angle C = 60°$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 $\triangle$DEC는 이등변삼각형이다.

$\angle C = \angle DEC = 60°$

따라서 $\triangle$DEC는 내각이 모두 60°이므로 정삼각형이다. $\therefore \overline{EC} = 12(\text{cm})$

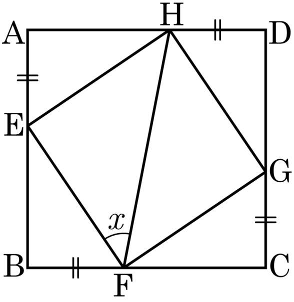
$\angle B = \angle DEC$이므로 $\overline{AB} // \overline{DE}$이고, $\overline{AB} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 $\square$ABED는 평행사변형이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 7\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 7 + 12 = 19$

따라서 $\square$ABCD 둘레의 길이는 $7 + 12 \times 2 + 19 = 50(\text{cm})$이다.

8. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{EB}=\overline{FC}=\overline{GD}=\overline{HA}$가 되도록 각 변 위에 점 E, F, G, H를 잡을 때, $\angle x$의 크기는?

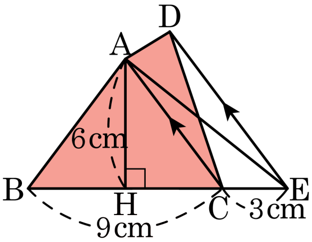


① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$이므로 $\overline{EH}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$이다.
또한 $\angle AEH = \angle EFB$, $\angle AHE = \angle BEF$이므로 $\angle EFG = 90°$이다.
따라서 □EFGH는 정사각형이고, $\angle x = 45°$이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, □ABCD의 넓이는?



① $18cm^2$ ② $24cm^2$ ③ $27cm^2$

④ $30cm^2$ ⑤ $36cm^2$

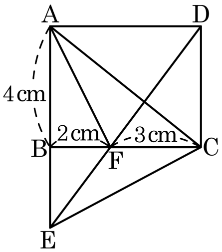
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로 △ADC와 △AEC는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore$ □ABCD $= \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(cm^2)$

10. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점이 F 이다. 이때 $\triangle FEC$ 의 넓이는?



① $1\,cm^2$ ② $1.5\,cm^2$ ③ $2\,cm^2$

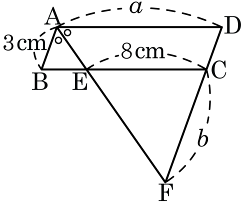
④ $3\,cm^2$ ⑤ $4\,cm^2$

해설

그림에서 $\overline{BD}$ 를 그으면, $\triangle BFD = \triangle FEC$ 이므로

$\triangle FEC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4\ (cm^2)$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?

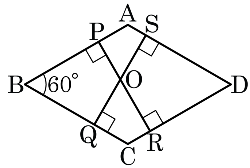


① 19cm ② 20cm ③ 21cm
④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)
$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$
$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로
$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

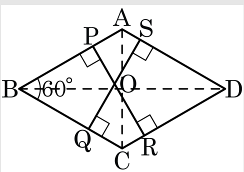


① $\overline{AC}$　　② $\overline{BD}$　　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$

$= \frac{a}{2}\times\overline{OP}+\frac{a}{2}\times\overline{OQ}+\frac{a}{2}\times\overline{OR}+\frac{a}{2}\times\overline{OS}$

$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS})$ $\cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

13. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 등변사다리꼴이다.

② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

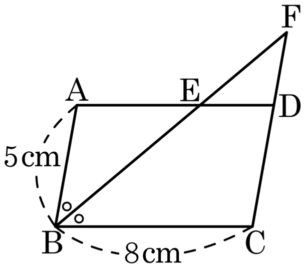
④ 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.

⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 E라 하고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하면 ?

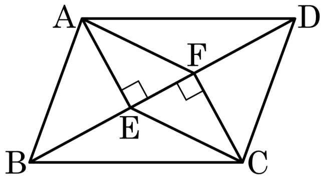


① 3cm ② 5cm ③ 7cm ④ 9cm ⑤ 11cm

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle FBC = \angle AFB$가 되어 $\triangle ABF$에서 $\overline{AB} = \overline{AF} = 5(\text{cm})$,
$\overline{FD} = \overline{AD} - \overline{AF} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$
$\overline{AB} // \overline{CE}$이므로 $\angle ABF = \angle CEB$, $\angle AFB = \angle EFD$이므로 $\angle DFE = \angle DEF$이다.
따라서 $\triangle DEF$에서 $\overline{DE} = \overline{DF} = 3(\text{cm})$

15. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD 는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$

[결론] □AECF는 평행사변형

[증명] $\angle AED =$ ㉠ (엇각)

$\overline{AE} //$ ㉡ $\cdots$ ⓐ

$\triangle AED$ 와 $\triangle CFB$ 에서

$\angle AED = \angle CFB = 90°$,

$\overline{AD} =$ ㉢ , ㉣ $= \angle CBF$

따라서 $\triangle AED \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)

㉤ $= \overline{CF} \cdots$ ⓑ

ⓐ,ⓑ에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① ㉠ : $\angle CFB$　　② ㉡ : $\overline{CF}$　　③ ㉢ : $\overline{BC}$

④ ㉣ : $\angle CDB$　　⑤ ㉤ : $\overline{AE}$

해설

④ $\angle CBF = \angle ADB$이다.