

1. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

- ① $2x^2 - 4x + 1 = 0, x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$
- ② $2x^2 - 6x - 5 = 0, x = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$
- ③ $x^2 - 2x - 2 = 0, x = 1 \pm \sqrt{3}$
- ④ $x^2 + 2x - 11 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}}{2}$
- ⑤ $2x^2 - 5x + 1 = 0, x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

해설

④ $x = -1 \pm 2\sqrt{3}$

2. 이차방정식 $0.3x^2 - x = 0.1$ 을 풀면?

① $x = \pm \frac{2}{3}$

② $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$

③ $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm 3\sqrt{7}}{3}$

⑤ $x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$3x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+3}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{28}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{9}{4}$

② $m > -\frac{9}{4}$

③ $m < \frac{9}{4}$

④ $m > \frac{9}{4}$

⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0, 4m < 9$

$\therefore m < \frac{9}{4}$

4. 이차방정식 $x^2 + 12x + 2k + 16 = 0$ 이 하나의 근만 갖기 위한 k 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= 6^2 - (2k + 16) = 0 \\ 36 - 16 &= 2k \\ \therefore k &= 10 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $0.1x^2 = 1 - 0.3x$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$

② $x = 2$ 또는 $x = -5$

③ $x = -1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$0.1x^2 = 1 - 0.3x$$

각 항에 10 을 곱하여 정리하면

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

6. $(x+y)(x+y-6) - 16 = 0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y = A$ 라고 하면

$$A(A-6) - 16 = 0$$

$$A^2 - 6A - 16 = 0$$

$$(A-8)(A+2) = 0$$

$\therefore x+y = 8$ 또는 $x+y = -2$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8 + (-2) = 6$ 이다.

7. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

8. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

9. 이차방정식 $0.5(x-2)(x+1) = \frac{x(x-9)}{4}$ 의 모든 근의 곱은?

- ① 4 ② $\frac{4}{3}$ ③ -4 ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ -2

해설

양변에 4를 곱하면 $2(x-2)(x+1) = x(x-9)$ 이다.

$$2(x^2 - x - 2) = x^2 - 9x$$

$$x^2 + 7x - 4 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 16}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{65}}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 -4이다.

10. 다음 중 $3x^2 - 4x = 2x + m$ 이 근을 갖지 않기 위한 m 의 값은?

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$3x^2 - 4x = 2x + m$$

$$3x^2 - 6x - m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 3m < 0$$

$$\therefore m < -3$$

이를 만족하는 보기의 값은 -4이다.

11. 이차방정식 $x^2 + 2x + c = 0$ 이 서로 다른 실근을 가질 때, 다음 중 c 의 값으로 적당한 것은?

- ㉠ -2 ㉡ 1 ㉢ $\frac{3}{2}$ ㉣ 5 ㉤ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은

$D > 0$ 이다. (단, x 의 계수가 짝수일 경우 $\frac{D}{4} > 0$)

즉, $(-1)^2 - c > 0$

$\therefore c < 1$

12. 이차방정식 $2x^2 + 6x + 2m + 3 = 0$ 의 두 근의 합은 a 이고, 곱은 $\frac{9}{2}$ 일 때, $a + m$ 의 값은? (단, m 은 상수)

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

두 근의 합 $a = -3$

두 근의 곱 $\frac{9}{2} = \frac{2m+3}{2}$

$\therefore m = 3$

$\therefore a + m = -3 + 3 = 0$

13. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다. 따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

14. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1-k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

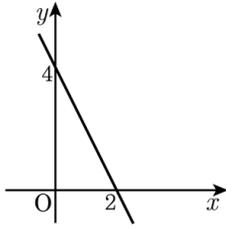
$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, k = -8$$

$3x^2 - (1-k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

15. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



- ① 2 ② -2 ③ $\sqrt{5}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$
 $\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$
 두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이다.
 이차방정식의 두 근을 α , β 라고 하면,
 두 근의 차 $|\alpha - \beta|$ 는
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 에서
 $|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$ 이므로
 두 근의 차는
 $\pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$