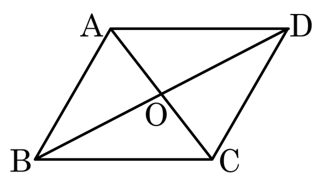
1. 다음 중 평행사변형의 정의인 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 다른 사각형이다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않는 사각형이다.
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형이다.

해설
평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?

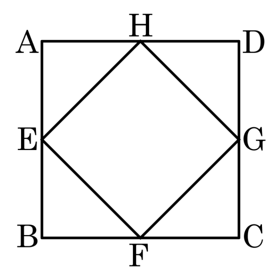


[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설
평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

3. 정사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 이은 사각형은 어떤 사각형인지 구하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 말은?

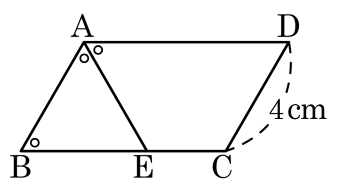


$\triangle AEH \equiv \triangle EBF \equiv \triangle FCG \equiv \triangle GDH$ 이므로 $\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GF}$ 또한$\angle EFG = \angle HEF = \angle GHE = \angle FGH = 90°$ $\therefore$ □GFEH 는 $\boxed{}$ 이다.

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설
정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각이 90° 로 모두 같다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하면?



① 2 cm ② 4 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

평행사변형 ABCD 에서 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이므로
$\overline{AD} \,//\, \overline{BE}$
$\angle DAE = \angle AEB$(엇각)
따라서 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이므로
$\overline{BE} = \overline{AB} = 4\,\text{cm}$

5. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO} = \overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

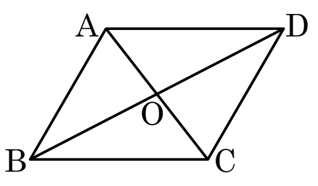
[가정] $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{PO} = \overline{QO}$
[증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
$\angle POA = \angle QOC$, $\overline{AO} = \boxed{}$,
$\angle PAO = \angle QOC$
$\therefore$ $\triangle APO \equiv \triangle CQO$(ASA합동),
$\therefore$ $\overline{PO} = \overline{QO}$

① $\overline{PO}$ ② $\overline{AP}$ ③ $\overline{DO}$ ④ $\overline{BO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO} = \overline{OC}$이다.

6. 다음은 ‘평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’ 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



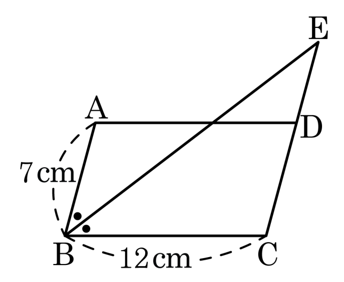
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 $\boxed{\text{ㄴ}} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

① ㄱ : $\overline{BO}$　② ㄴ : $\overline{CD}$　③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : 엇각　⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{AD}+\overline{DE}$ 의 길이는? (단, □ABCD 는 평행사변형이다.)

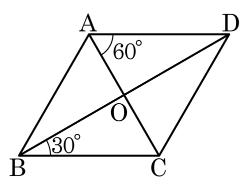


① 14 cm ② 15 cm ③ 17 cm ④ 19 cm ⑤ 36 cm

해설

∠ABE 와 ∠BEC 는 엇각이므로 △BCE는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{CE}=12\,\mathrm{cm}$ 이다.
이때 $\overline{CD}=7\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{DE}=5\,\mathrm{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{AD}+\overline{DE}=12+5=17(\mathrm{cm})$

8. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC = 60°, \angle DBC = 30°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① 65° ② 20° ③ 25°

④ 30° ⑤ 45°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = 30°$

$\angle AOD = 180° - (60° + 30°) = 90°$

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서

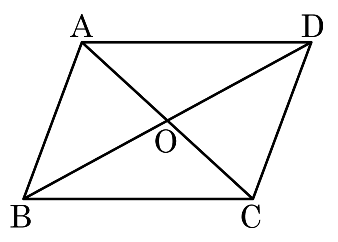
$\angle AOD = \angle COD, \overline{AO} = \overline{CO}$

$\overline{OD}$ 는 공통이므로

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 는 SAS 합동이다.

$\therefore \angle ADB = 30° = \angle BDC$

9. 다음 □ABCD 는 평행사변형이다. 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 할 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

㉠ △OAB 와 △OAD 의 넓이가 같다.

㉡ △OAB ≡ △OCD

㉢ ∠BAD = ∠BCD

㉣ ∠ABO = ∠OBC

㉤ $\overline{OA} = \overline{OC}$

㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

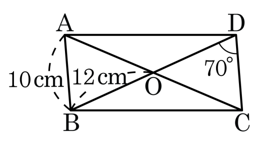
① ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
② ㉠, ㉡, ㉢, ㉥
③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉣ ∠ABO = ∠CDO

㉥ $\overline{AB} = \overline{DC}$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 를 보고, 다음 값 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{CD} = 10\text{cm}$ ② $\angle ABD = 70°$

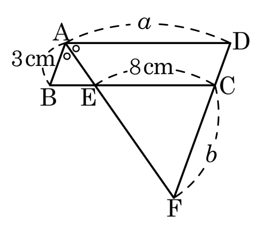
③ $\overline{OD} = 12\text{cm}$ ④ $\overline{BD} = 24\text{cm}$

⑤ $\angle DCB = 120°$

해설

⑤ $\angle DCB$는 알 수 없다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



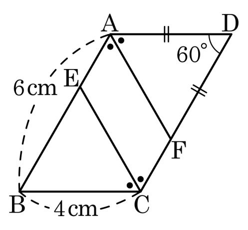
① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)
$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)
$\triangle\mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

12. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\mathrm{cm}$, $\angle ADC = 60\,°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm　② 12 cm　③ 14 cm

④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60\,°$, $\angle BAD = 120\,°$, $\angle FAD = 60\,°$ 이므로, $\angle AFD = 60\,°$ 이므로

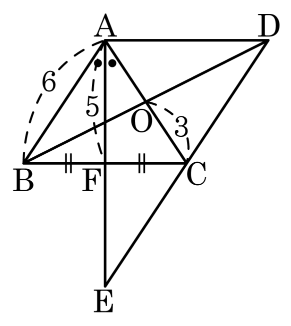
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\mathrm{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\mathrm{cm})$ 이다.

13. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나고, $\overline{AF} = 5$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{OC} = 3$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 둘레를 구하면?

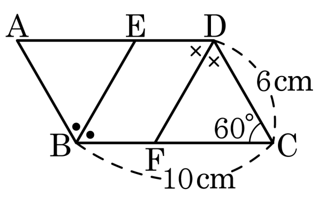


① 20　② 21　③ 22　④ 23　⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$ 이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$ 이다.
따라서 $\triangle ACE$ 의 둘레는 $6+6+5+5=22$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각 각 E, F 라 하고, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$, $\angle C = 60°$ 일 때, □BFDE 의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \ \cdots$ ㉠

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 □EBFD 는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

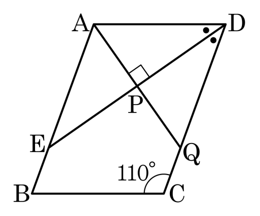
$\angle EDF = \angle DFC$ ($\because$ 엇각) 이므로 △CDF 는 이등변삼각형이고, 세 각이 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{FC} = \overline{DC} = \overline{DF} = \overline{EB} = 6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (6 + 4) \times 2 = 20(\text{cm})$

15. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DE}}$ 는 $\angle \mathrm{D}$ 의 이등분선이다. 점 A 에서 $\overline{\mathrm{DE}}$ 에 수선을 내려 $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\angle \mathrm{PEB}$ 의 크기는?



① 110° ② 120° ③ 135°

④ 145° ⑤ 150°

해설

$\angle \mathrm{ADP} = (180° - 110°) \div 2 = 35°$

$\angle \mathrm{DAP} = 90° - 35° = 55°$

$\angle \mathrm{PAE} = 110° - 55° = 55°$

$\therefore\ \angle \mathrm{PEB} = 55° + 90° = 145°$