

1. $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$$

2. 두 집합 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ① $3 \in A$

② $1 \notin B$

③ $\emptyset \in B$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{1, 2, 3, 6\} \subset B$

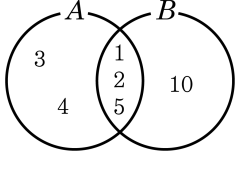
해설

② 1은 B 에 속하므로 $1 \in B$ 이다.

③ $\emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset B$ 이다.

④ $\{1\} \in A$ 에서 집합과 집합의 관계에서는 $\subset$ 를 써야 한다.

3. 다음 벤 다이어그램을 보고 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?

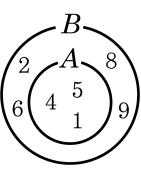


- ① $A \cap B = \{1, 2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$
② $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5\}$
③ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$
④ $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \cup B = \{10\}$
⑤ $A \cap B = \{1, 2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$

해설

교집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.
따라서 문제의 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 2, 5\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램을 보고 옳은 것을 모두 고르면?
(정답 2개)



- ① $B \subset A$

② $A = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9\}$

③ $A \cup B = B$

④ $B - A = \emptyset$

⑤ $A - B = \emptyset$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B, A - B = \emptyset$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 6, 9, \}$ 에 대하여 $A \cup (A^c \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 5, 6, 9\}$

해설

$A \cup (A^c \cap B) = A \cup B$ 이므로

$A \cup (A^c \cap B) = \{1, 3, 5, 6, 9\}$

6. 전체 집합 U 의 부분집합 A, B 의 원소의 개수가 다음 표와 같을 때, ㉠~㉤의 원소의 개수를 차례대로 구하여라.

집합	원소의 개수
U	53
B	28
A	16
$A \cap B$	8
B^c	㉠
$A \cup B$	㉡
$A \cap B^c$	㉢
$A \cup B^c$	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 25

▷ 정답 : ㉡ 36

▷ 정답 : ㉢ 8

▷ 정답 : ㉣ 33

해설

$$n(B^c) = n(U) - n(B) = 25$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 36$$

$$n(A \cap B^c) = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8$$

$$n(A \cup B^c) = n(A) + n(B^c) - n(A \cap B^c) = 33$$

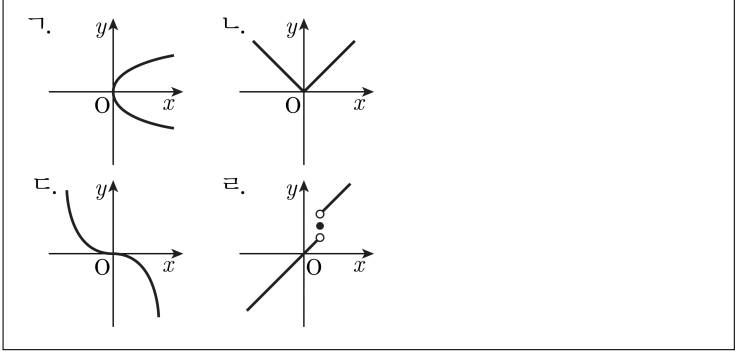
7. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① $2(x-3) = -x+5+3x$ ② $x > -1$ 이면 $x > 0$ 이다.
③ x 가 실수이면 $x^2 \geq 0$ 이다. ④ $x^2 + 4x - 5 = 0$
⑤ $x = 2$ 이면 $x^3 = 8$ 이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤
거짓인 명제 : ①, ②
④의 경우 $x = -5$ 또는 $x = 1$ 일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

8. 다음 방정식의 자취들 중 함수인 것은 x 개, 일대일 대응인 것은 y 개이다. $x + y$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수는 주어진 x 에 y 값이 하나씩 대응해야 한다.
따라서 ㉠, ㉡, ㉢ 이 함수이다.
일대일 대응은 함수 중에 치역과 공역이 일치하는 것을 말한다.
따라서 ㉢이 일대일 대응이다.
 $\therefore x + y = 4$

9. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -3x + 2$ 의 합성함수 $g \circ f$ 를 구하면 무엇인가?

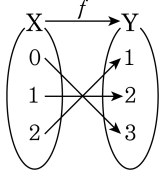
- ① $y = -6x - 1$ ② $y = -6x$ ③ $y = -6x + 1$
④ $y = -6x + 3$ ⑤ $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$ 이다.

10. 다음 그림의 함수 f 에 대하여 $f^{-1}(1) + f^{-1}(2)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$f(2) = 1, \quad f(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(1) = 2, \quad f^{-1}(2) = 1$$

$$\therefore f^{-1}(1) + f^{-1}(2) = 2 + 1 = 3$$

11. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{a, b\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{12\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a^2 + 1, 2\}$, $B = \{a - 1, 10\}$ 이고 $A = B$ 일 때, 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A = B$ 이므로 두 집합의 원소는 서로 같다.

$a - 1 = 2$ 에서 $a = 3$,

이것은 $a^2 + 1 = 10$ 을 만족한다.

$\therefore a = 3$

13. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $A \subset X \subset B$ 인 집합 X 중에서 집합 B 의 진부분집합은 모두 몇 개인가?

① 32개 ② 16개 ③ 8개 ④ 7개 ⑤ 6개

해설

1, 2를 반드시 포함하는 B 의 부분집합의 수에서 B 를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

14. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여 원소 3, 6, 12 를 포함하는 부분 집합의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 4 개 ⑤ 8 개

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에서 원소 3, 6, 12 를 포함한 부분 집합의 개수는 원소 3, 6, 12 를 뺀 $\{1, 2, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset A$

③ $A \cap B = B$

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A = B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

17. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 5, 7\}, B = \{5, 7, 13\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?
- ① $A^c = \{3, 9, 11\}$

② $A \cup B = \{1, 5, 7\}$

③ $A - B = \{1, 5\}$

④ $A \cap B = \{5, 7\}$

⑤ $A - B^c = \{5\}$

해설

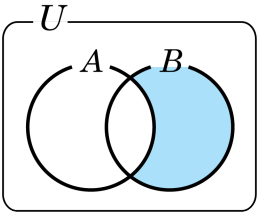
① $A^c = \{3, 9, 11, 13\}$

② $A \cup B = \{1, 5, 7, 13\}$

③ $A - B = \{1\}$

⑤ $A - B^c = \{5, 7\}$

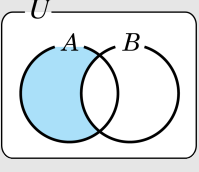
18. 다음 벤 다이어그램의 빗금 친 부분을 표현한 것으로 옳은 것은?



- ① $A - (A \cap B)$
- ② $A \cap B^c$
- ③ $A - B$
- ④ $(A \cup B) - B$
- ⑤ $A^c - B^c$

해설

①, ②, ③, ④



20. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

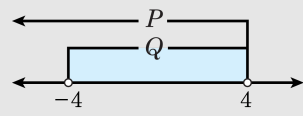
21. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

22. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\ &\therefore (|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2 \\ &\text{그런데 } |a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|a|+|b| \geq |a+b| \text{ (단, 등호는 } (\quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 } (\quad \text{㉢} \quad) \text{ 일 때, 성립)} \end{aligned}$$

① $|ab|+ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

② $|ab|+ab, |ab|=-ab, ab \geq 0$

③ $|ab|-ab, |ab|=-ab, ab \leq 0$

④ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \geq 0$

⑤ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠} : & |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2|a||b| + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab \\ &= 2(|ab| - ab) \\ \text{㉡} : & \text{등호는 } |ab| - ab = 0 \text{ 일 때 성립} \\ &\Rightarrow |ab| = ab \\ \text{㉢} : & |ab| = ab \text{ 이려면 } ab \geq 0 \text{ 이어야 한다} \end{aligned}$$

23. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 에 대하여 xy 의 최솟값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \frac{1}{4} \geq \sqrt{\frac{1}{xy}}$$

$$\therefore \frac{1}{16} \geq \frac{1}{xy}$$

따라서 $xy \geq 16$ 이므로 xy 의 최솟값은 16

24. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로

구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0, \frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

25. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다. X 에서 Y 로의 일대일 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24개

해설

a 에 대응하는 수가 b 에 대응해서는 안 되고
 a, b 에 대응하는 수가 c 에 대응해서는 안 되므로
 $\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24(\text{개})$

26. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = -x^2 + x$ 에 대하여 $(f \circ g)(2)$, $(g \circ f)(2)$ 의 합숫값을 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -47 ② -35 ③ 12 ④ 37 ⑤ 47

해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a - b = -5 - (-42) = 37$$

27. 두 함수 $f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

- ① -16 ② -14 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x + k, \quad g(x) = 2x + 4 \text{에서} \\ (f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \text{㉠} \\ (g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \text{㉡} \\ \text{㉠과 ㉡이 같아야 하므로} \\ -6x - 12 + k &= -6x + 2k + 4 \\ \therefore k &= -16 \end{aligned}$$

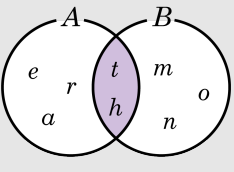
28. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{e, a, r, t, h\}, A \cap B = \{t, h\}, A \cup B = \{e, a, r, t, h, m, o, n\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{m, o, n, t, h\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{m, o, n, t, h\}$ 이다.

30. x, y, z 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 의 부정과 동치인 것은?
- ① $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$
 - ② x, y, z 는 서로 다르다.
 - ③ $x \neq y$ 이고 $y \neq z$
 - ④ $(x-y)(y-z)(z-x) > 0$
 - ⑤ x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 이면 $x = y = z$ 이므로 이것의 부정은 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$
즉, x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

31. 다음 중 참인 명제의 개수는?

- (가) 6의 배수는 2의 배수이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같으면 합동이다.
(다) 소수는 모두 홀수이다.
(라) 평행사변형은 정사각형이다.
(마) 홀수의 집합은 덧셈에 대하여 닫혀 있다.
(바) 얼마나 아름다운 풍경인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- (가) 6의 배수의 집합은 2의 배수의 집합에 포함되므로 참이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같아도 형태가 다를 수 있으므로 꼭 합동이 되지만은 않는다.
(다) 소수에는 2도 포함되므로 짝수도 있다.
(라) 정사각형의 집합이 평행사변형의 집합의 진부분집합이므로 거짓이다.
(마) 예를 들어 $3 + 5 = 8$ 즉, 짝수가 나오므로 닫혀있지 않다.
(바) 명제가 성립되지 않는다. ($\therefore$ 참, 거짓을 구분할 수 없다.)

32. 두 명제 ‘여름이 오면 덥다.’, ‘더우면 비가 온다.’ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것을 모두 고르면?

- ① 덥지 않으면 여름이 오지 않는다.
- ② 여름이 오면 비가 온다.
- ③ 비가 오면 여름이 온다.
- ④ 비가 오지 않으면 여름이 오진 않는다.
- ⑤ 더우면 여름이 온다.

해설

세 명제 ‘여름이 온다.’, ‘덥다.’, ‘비가 온다.’ 를 각각 p, q, r 로 놓으면 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$ 명제가 참이면 그 대우역시 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim r \Rightarrow \sim p$ 그러나 어떤 명제가 참이라고 해서 역과 이가 반드시 참인 것은 아니다. 따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

34. 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 \geq -ab$ 임을 증명한 것이다. $[가]$, $[나]$ 에 들어갈 알맞은 부등호로 짝지어진 것은?

$$\begin{aligned} A &= a^2 + b^2, \quad B = -ab \\ A - B &= a^2 + b^2 - (-ab) \\ &= a^2 + b^2 + ab \\ &= a^2 + ab + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2 \\ &= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 $A \geq B$ 이다. 즉, $a^2 + b^2 \geq -ab$ (단 등호는 $a = b = c$ 일 때 성립)

- ① $>, \geq$
- ② $\geq, \geq$
- ③ $>, >$
- ④ $<, \geq$
- ⑤ $\leq, \leq$

해설

$$\begin{aligned} A &= a^2 + b^2, \quad B = -ab \\ A - B &= a^2 + b^2 - (-ab) \\ &= a^2 + b^2 + ab \\ &= a^2 + ab + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2 \\ &= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \end{aligned}$$

(a, b 가 실수이므로)
 $\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 $A \geq B$ 이다.
즉, $a^2 + b^2 \geq -ab$ (단 등호는 $a = b = c$ 일 때 성립)

35. 함수 $f : X \rightarrow Y$ 에 대하여 $X = \{x|0 \leq x \leq 1\}$ 이고 $f(x) = \begin{cases} x & (x \text{는 유리수}) \\ 1-x & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$ 일 때, $f(x) + f(1-x)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- (i) x 가 유리수일 때 $f(x) + f(1-x) = x + 1-x = 1$
(ii) x 가 무리수일 때 $f(x) + f(1-x) = 1-x + 1-(1-x) = 1$
(i), (ii)에서 $f(x) + f(1-x) = 1$

36. 자연수 a, k 에 대하여 집합 $X = \{1, 2, 3, k\}$ 에서 집합 $Y = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$ 로의 함수 $f(x) = 3x + 1$ 이 일대일 대응일 때, $a + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

함수 f 가 일대일 대응이고, $f(x) = 3x + 1$ 에서 $f(1) = 4, f(2) = 7$ 이므로

$f(3) = a^4$ 또는 $f(3) = a^2 + 3a$ 이어야 한다.

만약 $f(3) = a^4$ 이면 $a^4 = 3 \times 3 + 1 \quad \therefore a^4 = 10$

그런데 $a^4 = 10$ 을 만족하는

자연수 a 가 존재하지 않으므로 모순이다.

$\therefore f(3) = a^2 + 3a, f(k) = a^4$

$f(3) = a^2 + 3a$ 에서 $a^2 + 3a = 10$

$a^2 + 3a - 10 = 0, (a - 2)(a + 5) = 0$

$\therefore a = 2$ ($\because a$ 는 자연수)

$f(k) = a^4$, 즉 $a^4 = 3k + 1$ 에서 $3k + 1 = 16$

$\therefore k = 5$

$\therefore a + k = 2 + 5 = 7$

37. $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 일 때, $g(f(x)) = x$ 가 되는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $1-x$ ② $\frac{1}{1-x}$ ③ $\frac{x}{x-1}$ ④ $\frac{x-1}{x}$ ⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ 일 때}$$

$$g(f(x)) = x \text{ 에서 } f(x) = t \text{ 로 놓으면}$$

$$\frac{1}{1-x} = t \text{ 에서 } (1-x)t = 1, \quad t - xt = 1$$

$$xt = t - 1, \quad x = \frac{t-1}{t} \text{ 이므로 } g(t) = \frac{t-1}{t}$$

$$\therefore g(x) = \frac{x-1}{x}$$

38. 두 함수 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -4x - 5$ 일 때, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h \circ g)(-2)$ 의 값은 얼마인가?

- ① 5
- ② 3
- ③ 1
- ④ -3
- ⑤ -5

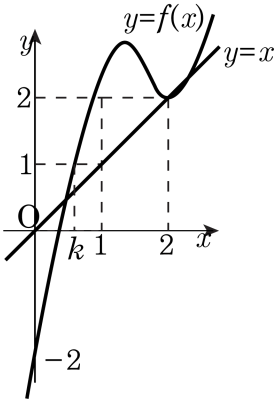
해설

$h(x) = ax + b$ 로 놓으면
 $(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(2x + 3)$
 $= a(2x + 3) + b = 2ax + 3a + b$
그런데, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 이므로
 $2ax + 3a + b = -4x - 5$,
 $2a = -4, 3a + b = -5$
즉, $a = -2, b = 1$ 이므로 $h(x) = -2x + 1$
 $(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3) = -5$

해설

$(h \circ f)(x) = g(x)$ 에서
 $h(f(x)) = g(x)$ 이고 $f(x) = 2x + 3$ 이므로
 $h(2x + 3) = g(x)$
또한, $(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3)$
 $h(3) = g(0) = -5$

39. 다음 그림과 같이 함수 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 2$ 에서 $f(k) = 1$ 일 때, $f^{10}(k)$ 의 값은?(단, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f^2 \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 5
- ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} f(k) &= 1 \\ f^2(k) &= f(f(k)) = f(1) = 2 \\ f^3(k) &= f^2 \circ f(k) = f^2(f(k)) = f^2(1) \\ &= f(f(1)) = f(2) = 2 \\ &\vdots \\ f^{10}(k) &= 2 \end{aligned}$$

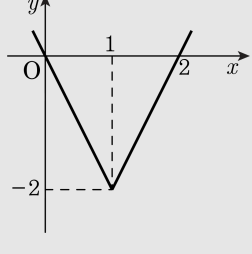
40. 함수 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2|x - 1| - 2$
(i) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) - 2 = -2x$
(ii) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$
따라서 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와
 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는
다음 그림에서
 $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$



41. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?.

① $\emptyset \in A$

② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$

④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

42. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

a 는 2와 4의 배수이면서 약수의 개수가 4개인 수이므로 8이다.

$\therefore b = 1, c = 8$ 또는 $b = 8, c = 1$

$\therefore a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$

43. 집합 $A = \{x \mid 15 < x < 30, x = 3n + 2(n \text{은 자연수})\}$ 라고 할 때, 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 8 개 ② 16 개 ③ 24 개 ④ 32 개 ⑤ 40 개

해설

$A = \{17, 20, 23, 26, 29\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 짝수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 17, 23, 29로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.

$$\therefore 32 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

44. 두 집합 $A = \{-1, 0, 2 \times a - 5, 5\}$, $B = \{0, b + 3, 3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$, $A \cap B = \{0, 3\}$ 이기 위한 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A \cap B = \{0, 3\}$ 이므로 $3 \in A$,
 $2 \times a - 5 = 3$, $a = 4$
 $A = \{-1, 0, 3, 5\}$, $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$ 이므로 $2 \in B$,
 $b + 3 = 2$, $b = -1$
 $\therefore a + b = 3$

45. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$ 로 정의할 때, $(A \star B) \star A$ 와 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$$\begin{aligned}
 A \star B &= (A - B^c) \cup (B^c - A) \\
 &= (A \cap B) \cup (B^c \cap A^c) \text{ 이므로} \\
 (A \star B) \star A &= [\{(A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)\} - A^c] \\
 &\quad \cup [A^c - \{(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)\}] \\
 &= [\{(A \cap B) \cup (A \cup B)^c\} \cap A] \\
 &\quad \cup [A^c \cap \{(A \cap B)^c \cap (A \cup B)\}] \\
 &= [\{(A \cap B) \cap A\} \cup \{A \cap (A \cup B)^c\}] \\
 &\quad \cup [\{A^c \cap (A \cap B)^c\} \cap (A \cup B)] \\
 &= [(A \cap B) \cup \{A \cap A^c \cap B^c\}] \cup [\{A \cup (A \cap B)\}^c \cap (A \cup B)] \\
 &= (A \cap B) \cup \{A^c \cap (A \cup B)\} \\
 &= (A \cap B) \cup \{(A^c \cap A) \cup (A^c \cap B)\} \\
 &= (A \cap B) \cup (A^c \cap B) = (A \cup A^c) \cap B = B
 \end{aligned}$$

46. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람의 최소값과 최대값의 합을 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 r 의 최대값은 21(명)이다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명)이다.
 최솟값과 최댓값의 차는 27(명)이다.

47. 다음은 정수 a, b 에 대하여 명제 ‘ ab 가 짝수이면 a 또는 b 가 짝수이다.’를 증명한 것이다.

a, b 를 모두 홀수라 하면 $a = 2m - 1, b = 2n - 1$ (m, n 은 정수)로 나타낼 수 있으므로
 $ab = (2m - 1)(2n - 1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
 $= 2(2mn - m - n) + 1$
이때, $2mn - m - n$ 이 ’ 이므로, ab 는 이다.
따라서, ‘ a, b 가 홀수이면 ab 는 홀수이다.’는 참이고 이것은 주어진 명제의 이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 과정에서 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- ① 자연수, 홀수, 역
- ② 정수, 짝수, 대우
- ③ 정수, 홀수, 대우
- ④ 유리수, 짝수, 이
- ⑤ 유리수, 홀수, 이

해설

a, b 를 모두 홀수라 하면
 $a = 2m - 1, b = 2n - 1$ (m, n 은 정수)로 나타낼 수 있으므로
 $ab = (2m - 1)(2n - 1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
 $= 2(2mn - m - n) + 1$
이때, $2mn - m - n$ 이 이므로 ab 는 이다. 이것은 주어진 명제의 가 참임을 증명하여 주어진 명제가 참임을 증명한 것이다.

48. 함수 $f(x) = \frac{x}{x+1}$ 에 대하여 $f^9\left(\frac{1}{2}\right) + f^{10}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하면?
(단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$ 이다.)

- ① $\frac{80}{399}$ ② $\frac{82}{399}$ ③ $\frac{83}{399}$ ④ $\frac{85}{399}$ ⑤ $\frac{86}{399}$

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{2x+1}$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f\left(\frac{x}{2x+1}\right) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{3x+1}$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = f\left(\frac{x}{3x+1}\right) = \frac{\frac{x}{3x+1}}{\frac{x}{3x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{4x+1}$$

이제 $f^{n-1}(x) = \frac{x}{(n-1)x+1}$ 라고 놓으면

$$f^n(x) = f(f^{n-1}(x)) = f\left(\frac{x}{(n-1)x+1}\right)$$

$$= \frac{\frac{x}{(n-1)x+1}}{\frac{x}{(n-1)x+1} + 1} = \frac{x}{(n-1)x+1+x}$$

$$= \frac{x}{nx+1}$$

$$\therefore f^9(2) + f^{10}(2) = \frac{2}{9 \cdot 2 + 1} + \frac{2}{10 \cdot 2 + 1} = \frac{80}{399}$$

49. $X = \{x \mid x \geq k\}$ 를 정의역으로 하는 함수 $f(x) = |x^2 - 1|$ 의 역함수가 존재할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - 1 \geq 0$ 이면 $x \leq -1$, $x \geq 1$, $x^2 - 1 < 0$ 이면 $-1 < x < 1$

따 라 서, $f(x) = |x^2 - 1| =$

$$\begin{cases} x^2 - 1 (x \leq -1, x \geq 1) \\ 1 - x^2 (-1 < x < 1) \end{cases}$$

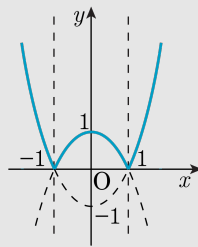
$y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로

함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되는 정의역은

$\{x \mid x \geq 1\}$ 또는 $\{x \mid x \leq -1\}$

또는 $\{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$ 또는 $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$

즉, $X = \{x \mid x \geq k\}$ 를 정의역으로 하려면 k 의 최솟값은 1이다.



50. 양의 실수의 집합을 R^* 라 할 때 R^* 에서 R^* 로의 함수 f, g 가 $f(x) = x^2 + x$, $f(x)g(x) = x + 2$ 를 만족할 때 $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값은 ?

① 2

② 1

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$$f^{-1}(2) = c \text{ 라 하면 } f(c) = 2 \rightarrow c^2 + c = 2$$

$$c^2 + c - 2 = 0 \Leftrightarrow (c - 1)(c + 2) = 0$$

$$c > 0 \text{ 이므로 } c = 1$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 1$$

$$f(x)g(x) = x + 2 \text{ 에 } x = 1 \text{ 을 대입하면}$$

$$f(1)g(1) = 3$$

$$(1^2 + 1)g(1) = 3$$

$$\therefore g(1) = \frac{3}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(2) = g\{f^{-1}(2)\}$$

$$= g(1) = \frac{3}{2}$$