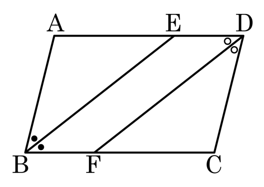
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 변 AD , BC 와 만나는 점을 각각 E , F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle B = \angle D$ ② $\angle EBF = \angle FDE$

③ $\angle EDF = \angle DFC$ ④ $\angle BFD = \angle DEB$

⑤ $\angle BAE = \angle DFB$

해설

$\triangle AEB$, $\triangle DFC$ 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle ABE = \angle FDC$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 ASA 합동이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$ 이고 □EBFD 는 평행사변형이다.
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$ 에서 $\angle BAE = \angle FCD$ 이지만 $\angle DFB \neq \angle FCD$ 이므로 옳지 않다.

2. 다음은 평행사변형이 직사각형이 되는 것에 대한 이야기이다. 바르게 말한 학생은?

① 관식 : 평행사변형에서 각 대각선이 서로 다른 대각선을 이등분하면 직사각형이야.

② 관희 : 평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 직사각형이야.

③ 민희 : 평행사변형의 두 내각의 크기의 합은 $180°$ 일 때 직사각형이야.

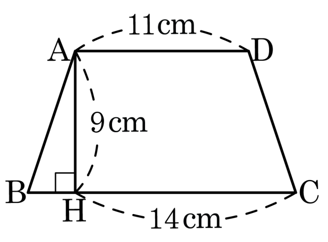
④ 진수 : 평행사변형에서 두 대각선의 길이가 같거나, 한 내각의 크기가 $90°$ 이면 직사각형이야.

⑤ 정민 : 평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 직사각형이야.

해설

평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.
따라서 진수가 바르게 말했다.

3. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AH} = 9\text{cm}$, $\overline{AD} = 11\text{cm}$, $\overline{CH} = 14\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 126 cm^2

해설

$\overline{BH} = \overline{HC} - \overline{AD} = 14 - 11 = 3(\text{cm})$
$\overline{BC} = 3 + 14 = 17(\text{cm})$
$\therefore$ (넓이) $= (11 + 17) \times 9 \times \dfrac{1}{2} = 126(\text{cm}^2)$

4. 다음에서 항상 닮음인 도형이 아닌 것을 고르시오.

㉠ 두 이등변삼각형	㉡ 두 직사각형
㉢ 원	㉣ 두 마름모
㉤ 두 정사각형	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

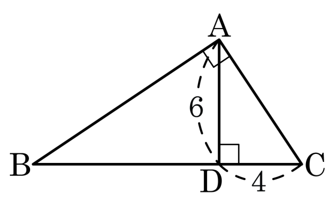
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢,㉤은 항상 닮은 도형이 된다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

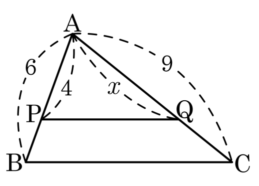


① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 가 닮음이고 $6^2 = \overline{BD} \times 4$ 이다. 따라서 $\overline{BD} = 9$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $13 \times 6 \times \frac{1}{2} = 39$ 이다.

6. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{PQ}}\ //\ \overline{\mathrm{BC}}$ 이다. $\overline{\mathrm{AQ}}$ 의 길이는?



① 3 ② 4 ③ 5

④ 6 ⑤ 7.5

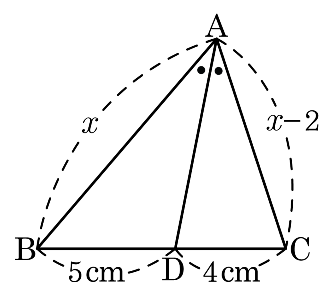
해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{AQ}}$

$6 : 4 = 9 : x$

$x = 6$

7. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 꼭지각 $\angle A$ 의 이등분선일 때, x 의 값을 구하면?



① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

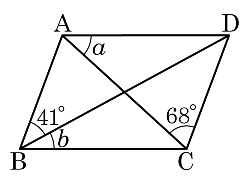
해설

$x : (x-2) = 5 : 4$

$4x = 5x - 10$

$\therefore\ x = 10(\mathrm{cm})$

8. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 41°$, $\angle ACD = 68°$ 일 때, $\angle a + \angle b$ 의 값은? (단, $\angle DAC = \angle a$, $\angle DBC = \angle b$)



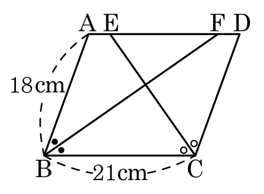
① 60°　② 71°　③ 80°

④ 109°　⑤ 100°

해설

$\angle BAC = \angle ACD = 68°$ (엇각)
$\angle ACB = \angle DAC = \angle a$(엇각)
$\angle ADB = \angle DBC = \angle b$(엇각)
따라서 $\triangle ABD$ 의 세 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle a + 68° + 41° + \angle b = 180°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 180° - 109° = 71°$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 21\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 15cm ② 18cm ③ 20cm
④ 21cm ⑤ 23cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AB} = 18$ (cm)
$\overline{CD} = \overline{DE} = 18$ (cm)
$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 21$ (cm) 이므로
$\overline{EF} = 18 + 18 - 21 = 15$ (cm)

10. 다음은 '평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명하는 과정이다. 이 중 <u>틀린</u> 것은?

> [가정] □ABCD 에서
> $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$
> [결론] $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
> [증명]
> ㉠ $\overline{BC}$ 의 연장선 위의 한 점을 E 라 하면
> ㉡ $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle BCA = \angle DAC$ 이므로
> ㉢ $\angle A = \angle C$
> ㉣ $\angle B = \angle DCE$(동위각), $\angle D = \angle DCE$(엇각)
> ㉤ $\therefore\ \angle B = \angle C$

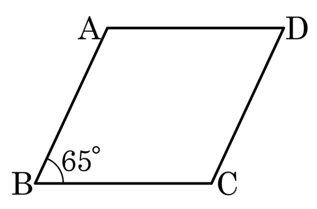
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $\therefore\ \angle B = \angle C \rightarrow \therefore\ \angle B = \angle D$ 로 바뀌어야 한다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 65°$인 □ABCD가 평행사변형이 되도록 할 때, $\angle A + \angle C$를 구하여라.



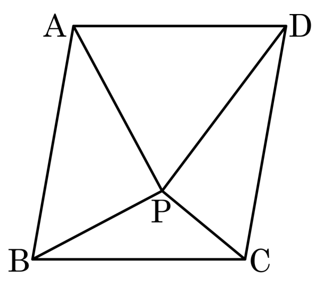
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}°$

▷ 정답 : $\underline{230°}$

해설

$\angle B + \angle D = 65° \times 2 = 130°$이므로
$\angle A + \angle C = 230°$이다.

12. 다음 평행사변형 ABCD 는 내부에 점 P 를 잡고 각 점을 연결한 그림이다. $\triangle PAB = 12cm^2$, $\triangle PAD = 15cm^2$, $\triangle PCD = 10cm^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이와 평행사변형 ABCD 의 넓이를 각각 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

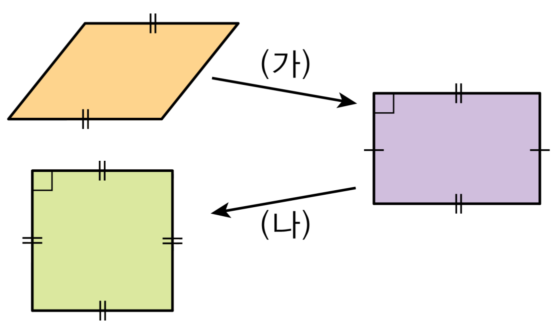
▷ 정답 : $\triangle PBC = 7\,\underline{cm^2}$

▷ 정답 : $\square ABCD = 44\,\underline{cm^2}$

해설

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \square ABCD$, $12 + 10 = 15 + \triangle PBC$, $\triangle PBC = 7(cm^2)$, $\square ABCD = 44(cm^2)$

13. 다음 그림을 보고 (가), (나) 에 들어갈 조건을 바르게 나타낸 것은?



① (가) : 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
(나) : 한 내각의 크기가 90°이다.

② (가) : 한 내각의 크기가 90°이하이다.
(나) : 네 변의 길이가 모두 같다.

③ (가) : 한 내각의 크기가 90°이다.
(나) : 두 대각선이 서로 직교한다.

④ (가) : 두 대각선이 서로 직교한다.
(나) : 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ (가) : 두 대각선의 길이가 같다.
(나) : 한 내각의 크기가 90°이다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90°이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 직교하거나 네 변의 길이가 모두 같으면 된다.

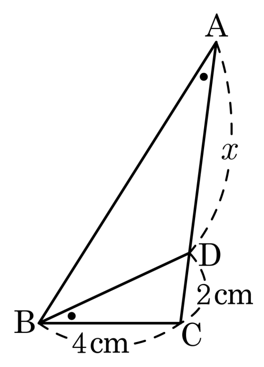
14. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

15. 다음 그림에서 x 의 길이는 ?



① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

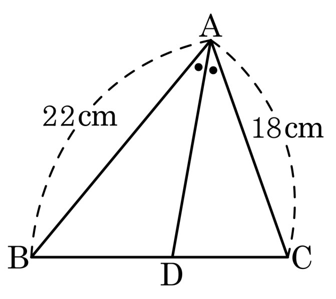
$\angle$C는 공통, $\angle BAC = \angle DBC$

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$(AA닮음)

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{BC}$

$4 : (x+2) = 2 : 4$, $\therefore x = 6(cm)$

16. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 의 교점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이가 88cm^2 이면, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $72\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

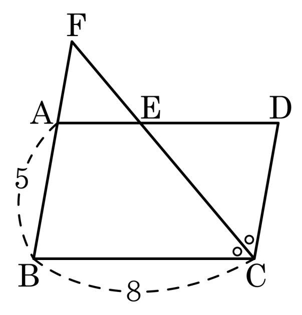
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로

$\overline{BD} : \overline{DC} = 11 : 9$

따라서 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 비는 $11 : 9$ 이다.

$11 : 9 = 88 : \triangle ADC \quad \therefore \triangle ADC = 72(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 8$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과 교점을 F 라고 한다. 이때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



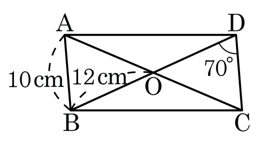
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle BFC = \angle FCD = \angle BCF$
$\overline{BC} = \overline{BF}$
$\therefore\ 8 - 5 = 3$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 를 보고, 다음 값 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{CD} = 10\text{cm}$ ② $\angle ABD = 70°$

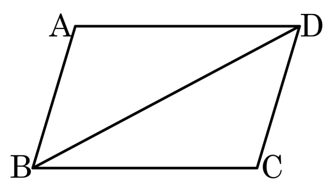
③ $\overline{OD} = 12\text{cm}$ ④ $\overline{BD} = 24\text{cm}$

⑤ $\angle DCB = 120°$

해설

⑤ $\angle DCB$ 는 알 수 없다.

19. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 설명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 <u>않은</u> 것을 기호로 써라.



대각선 BD를 그어보면
대각선 BD는
㉠ <u>삼각형ABD와 삼각형CDB</u>
<u>의 공통부분이 된다.</u>
㉡$\overline{AB} = \overline{CD}$이고
㉢$\overline{AD} = \overline{CB}$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (㉣<u>SAS 합동</u>)
$\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$ (㉤<u>엇각</u>)
$\therefore \overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}, \overline{AD} \,/\!/\, \overline{CB}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

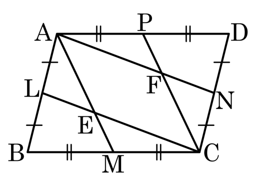
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ SSS 합동

20. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. □ABCD 의 각 변의 중점을 각각 L, M, N, P 라 하고 $\overline{AM}$ 과 $\overline{CL}$ 의 교점을 E, $\overline{AN}$ 과 $\overline{CP}$ 의 교점을 F 라고 할 때, □AECF 는 어떤 사각형인지 말하여라.



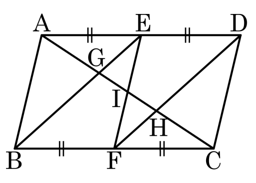
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ALCN 은 평행사변형이므로
$\overline{AF} // \overline{EC}$
□AMCP 도 평행사변형이므로
$\overline{AE} // \overline{FC}$
따라서 □AECF 는 평행사변형이다.

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 각각 E, F 라 하고, 대각선 AC 와 $\overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{FD}}$, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 교점을 각각 G, H, I 라 한다. □ABCD 의 넓이가 $52\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □BFHG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

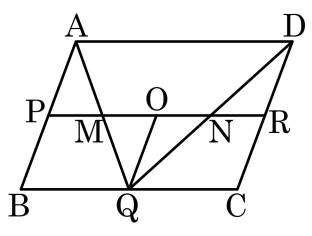
▷ 정답 : $13\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{IGE} \equiv \triangle\mathrm{IFH}$ (ASA 합동) 이므로

$$\square\mathrm{BFHG} = \triangle\mathrm{BFE} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABFE} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{1}{4} \times 52 = 13\ (\mathrm{cm}^2)$$

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 P, Q, R 는 각각 변 AB, BC, CD 의 중점이고, 변 PR 의 중점이 점 O 일 때, 다음 중 옳은 것은?



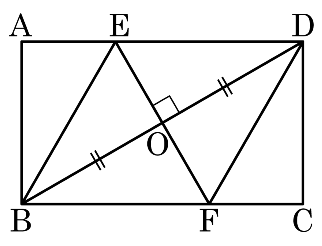
㉠ $\triangle OMQ \equiv \triangle OQN$	㉡ $\triangle APM \equiv \triangle DNR$
㉢ $\triangle ABQ \equiv \triangle DQC$	㉣ $\overline{PB} = \overline{OQ}$
㉤ $\overline{MO} = \overline{ON}$	

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$\triangle APM \equiv \triangle MOQ$ 이므로
㉣ $\overline{BP} = \overline{AP} = \overline{OQ}$
$\overline{PM} = \overline{MO}$, $\overline{ON} = \overline{NR}$ 이고
점 O 가 $\overline{PR}$ 의 중점이므로
㉤ $\overline{MO} = \overline{ON}$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD 는 마름모이다.

24. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형	㉡ 사다리꼴
㉢ 등변사다리꼴	㉣ 직사각형
㉤ 정사각형	㉥ 마름모

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

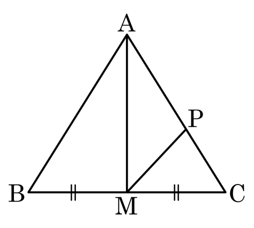
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

25. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PC} = 3 : 2$이다. $\triangle ABC = 40\,cm^2$일 때, $\triangle APM$의 넓이는?



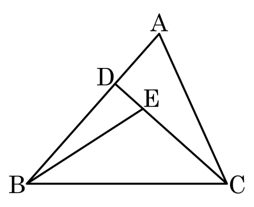
① $4\,cm^2$ ② $8\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$
④ $16\,cm^2$ ⑤ $20\,cm^2$

해설

$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 높이와 밑변의 길이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle AMC = 20cm^2$, $\triangle AMP = 20 \times \frac{3}{5} = 12(\,cm^2)$

26. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $24\,cm^2$ 이고 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$, $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 3$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이는?



① $4\,cm^2$ ② $8\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$
④ $16\,cm^2$ ⑤ $20\,cm^2$

해설

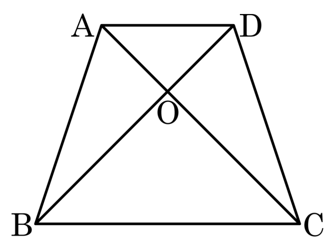
$\triangle DAC$ 와 $\triangle DBC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle DBC = 24 \times \frac{2}{3} = 16(cm^2)$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle EBC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle BEC = 16 \times \frac{3}{4} = 12(cm^2)$

27. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. □ABCD 의 넓이가 36 일 때, △BCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

(△AOD의 넓이) = A 라 하자.
△AOD : △COD = 1 : 2 이므로
A : △COD = 1 : 2 ∴ △COD = 2A
이때 △ABD = △ACD 이므로
△ABO = △COD = 2A
또, △ABO : △BCO = 1 : 2 이므로
2A : △BCO = 1 : 2 ∴ △BCO = 4A
□ABCD = A + 2A + 2A + 4A = 36 ∴ A = 4
따라서 △BCO = 4A = 16 이다.

28. 다음 보기중 항상 닮음인 두 도형을 모두 고른 것은?

보기

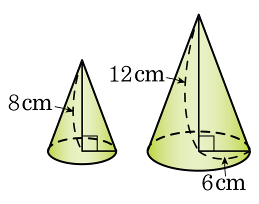
㉠ 두 정삼각형	㉡ 두 마름모
㉢ 두 원	㉣ 두 직사각형
㉤ 두 이등변삼각형	㉥ 두 정사각형

① ㉠, ㉢　② ㉠, ㉢, ㉥　③ ㉡, ㉢, ㉤
④ ㉢, ㉣, ㉤　⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

두 원, 변의 개수가 같은 두 정다각형은 항상 닮은 도형이다.
따라서 ㉠, ㉢, ㉥이다.

29. 다음 그림의 두 원뿔이 닮은 도형일 때, 작은 원뿔의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



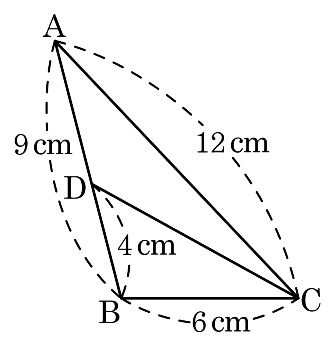
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8π cm

해설

작은 원뿔의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$8 : 12 = r : 6$
$12r = 48$
$\therefore\ r = 4$
따라서 밑면의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi(\text{cm})$ 이다.

30. 다음 그림에서 $\overline{AB}=9\text{cm}$, $\overline{BC}=6\text{cm}$, $\overline{AC}=12\text{cm}$, $\overline{BD}=4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?

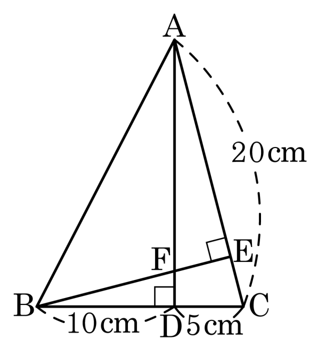


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CBD$ 에서
$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{CB}:\overline{BD}=3:2$
$\angle B$ 는 공통
$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (SAS닮음)
$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{AC}:\overline{CD}$
$9:6=12:x$
$\therefore$ $x=8$

31. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A, B 에서 변 BC, CA 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?

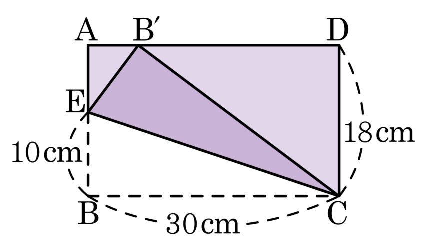


① $\frac{15}{4}$ cm ② 4 cm ③ $\frac{17}{4}$ cm
④ $\frac{9}{2}$ cm ⑤ $\frac{19}{4}$ cm

해설

$\triangle BCE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) 이므로
$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CE} : \overline{CD}$
$(10+5) : 20 = \overline{CE} : 5$
$3 : 4 = \overline{CE} : 5$
$4\overline{CE} = 15$
$\therefore\ \overline{CE} = \frac{15}{4}$ (cm)

32. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 접었을 때, $\overline{AB'}$ 의 길이를 구하여라.



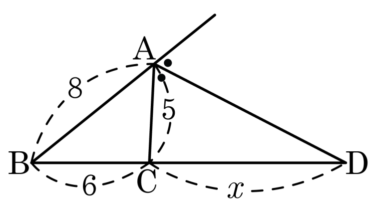
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\angle EB'C = \angle B = 90°$
$\triangle AEB' \backsim \triangle DB'C$ (AA 닮음)
$\overline{AB'} = x$ 라 하면
$\overline{EB'} : \overline{B'C} = \overline{AB'} : \overline{DC}$
$10 : 30 = x : 18$
$x = 6(\text{cm})$

33. 다음 그림과 같이 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{A}$ 의 외각의 이등분선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선과의 교점을 D 라 할 때, $\triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{ACD}$ 는?



① $8 : 5$　② $5 : 8$　③ $3 : 5$　④ $5 : 3$　⑤ $8 : 3$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $8 : 5 = (6 + x) : x$

$3x = 30$

$\therefore\ x = 10$

$\triangle\mathrm{ABC},\ \triangle\mathrm{ACD}$ 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.

따라서 밑변의 비는 $6 : 10$ 이므로 넓이의 비는 $3 : 5$ 이다.