1. 두 집합 $A = \{1,\ 3,\ 6\}$, $B = \{x-1,\ x+4,\ 3\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

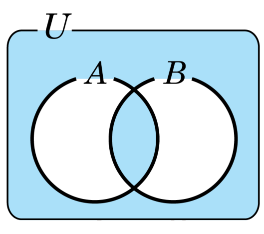
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이므로 $x-1 = 1$, $x+4 = 6$
$\therefore\ x = 2$

2. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



① $A^c \cap B^c$　　② $(A - B)^c$

③ $(A - B) \cup (B - A)$　　④ $U - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

3. 세 집합 $A=\{2,4,5,6,8\}$, $B=\{1,3,4,6,7\}$, $C=\{4,7,8,9\}$ 에 대하여 $(A-B)\cap C$ 는?

① $\{3\}$ ② $\{8\}$ ③ $\{3,8\}$
④ $\{3,8,9\}$ ⑤ $\{3,5,7\}$

해설

$(A-B)\cap C=\{2,5,8\}\cap\{4,7,8,9\}=\{8\}$ 이다.

4. 다항식 $f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-1$　　② $x+1$　　③ $-x+1$

④ x　　⑤ $-x$

해설

$f(x)=(x-1)Q_1(x)+1 \quad \Rightarrow \quad f(1)=1$

$f(x)=(x-2)Q_2(x)+2 \quad \Rightarrow \quad f(2)=2$

$f(x)=(x-1)(x-2)Q_3(x)+ax+b$라 하면,

$f(1)=a+b=1,\quad f(2)=2a+b=2$이다.

$\therefore\ a=1,\quad b=0$이므로 나머지는 x

5. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a ② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$ ④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\
&= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\
&= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)
\end{aligned}
$$

6. 두 다항식 x^3+2x^2-x-2,
$(x-1)(3x^2+ax+2a)$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-3$

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+2)(x+1)$
$\therefore 3x^2+ax+2a$는
$x+2$ 또는 $x+1$을 인수로 가져야 한다.
$f(x)=3x^2+ax+2a$로 놓을 때
$x+2$가 인수이면 $f(-2)=12-2a+2a=12$가 되어 적합하지 않다.
$\therefore x+1$를 인수로 갖는다.
$x+1$이 인수이면 $f(-1)=3-a+2a=3+a=0$
$\therefore a=-3$

7. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \bigcirc B$, 최소공배수 L 을 $A \bigstar B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$A = aG$, $B = bG$ (a, b 는 서로소)
$A^2 \bigcirc AB =$ [(가)], $A^2 \bigcirc B^2 =$ [(나)]
$\therefore \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right) =$ [(다)]

① A, G^2, A　　② aG^2, G, A　　③ A, AB, AG
④ aG^2, G^2, AG　　⑤ G, G, AB

해설

(가) $= A^2 \bigcirc AB =$(G^2a^2 과 G^2ab 의 최대공약수)
$= aG^2$
(나) $= A^2 \bigcirc B^2 =$(G^2a^2과G^2b^2 의 최대공약수)
$= G^2$
(다) $= \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right)$
$=$ ((가) 와 (나) 의 최소공배수) $= aG^2 = AG$

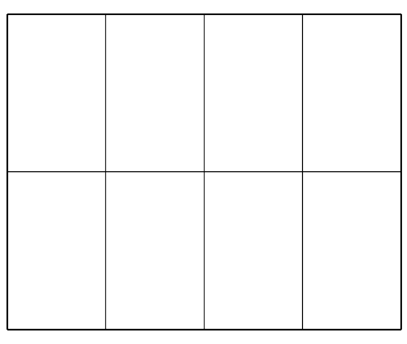
8. $(3+4i)^5(15-20i)^5$ 을 간단히 하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① 5^7　② 5^{10}　③ 5^{12}　④ 5^{15}　⑤ 5^{20}

해설

(준식) $= 5^5(3+4i)^5(3-4i)^5$
$= 5^5\{(3+4i)(3-4i)\}^5$
$= 5^5(5^2)^5$
$= 5^{15}$

9. 학교운동장에 길이가 70 m 인 줄을 가지고 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 경계선을 표시하려고 한다. 이 때, 바깥 직사각형의 넓이가 80 m^2 이 되도록 하는 바깥 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은? (단, 가로의 길이는 10 m 이하이다.)



① 16 m ② 17 m ③ 18 m ④ 19 m ⑤ 20 m

해설

운동장의 가로를 x , 세로를 y 라 하자.
$3x + 5y = 70$
$xy = 80$ 연립하여 풀면, $x = 10,\ y = 8$
$\therefore$ 가로+세로= 18

10. 연립부등식 $\begin{cases} \dfrac{x+3}{4} - \dfrac{1-x}{2} < 2 \\ 0.4x + 1.3 < 0.5x + 1.7 \end{cases}$ 를 푼 것은?

① $-6 < x < \dfrac{3}{2}$ ② $-4 < x < \dfrac{7}{3}$ ③ $-\dfrac{4}{3} < x < 3$
④ $-\dfrac{1}{3} < x < 5$ ⑤ $2 < x < \dfrac{11}{4}$

해설

$\begin{cases} \dfrac{x+3}{4} - \dfrac{1-x}{2} < 2 & \cdots ① \\ 0.4x + 1.3 < 0.5x + 1.7 & \cdots ② \end{cases}$

①식을 정리하면

$x+3-2(1-x) < 8$

$x+3-2+2x < 8$

$3x < 7$

$x < \dfrac{7}{3}$

②식을 정리하면

$4x+13 < 5x+17$

$x > -4$

$\therefore\ -4 < x < \dfrac{7}{3}$

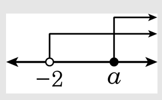
11. 연립부등식 $\begin{cases} x < -2 \\ x \geq a \end{cases}$ 의 해집합이 공집합일 때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

공집합이므로 $a \geq -2$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -2 이다.

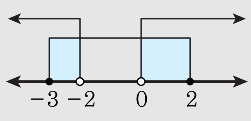


12. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2+x-6 \le 0 \\ x^2+ax+b>0 \end{cases}$ 의 해가 $-3 \le x < -2$ 또는 $0 < x \le 2$일 때, a, b 를 구하여 $a \times b$ 를 계산하면?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$x^2+x-6=(x+3)(x-2) \le 0$에서
$-3 \le x < 2$이므로
연립부등식의 해가 다음 그림과 같으려면 $x^2-ax+b>0$의 해는
$x<-2, x>0$이어야 한다.



$x^2+ax+b=x(x+2)=x^2+2x>0$
$\therefore a=2,\ b=0$
$\therefore a \cdot b=0$

13. 두 점 $A(1,1)$ 과 $B(4,2)$ 에서 직선 $2x-y+1=0$ 까지의 거리를 각각 d_1 , d_2 라 할 때, $|d_1-d_2|$ 의 값은?

① 1 ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$d_1=\frac{|2\times1-1+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$d_2=\frac{|2\times4-2+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{7}{\sqrt{5}}=\frac{7\sqrt{5}}{5}$

따라서 $|d_1-d_2|=|\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{7\sqrt{5}}{5}|=\sqrt{5}$

14. 원 $x^2+y^2-2x+4y-3=0$ 위의 점에서 직선 $x-y+3=0$ 에 이르는 거리의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

원 $x^2+y^2-2x+4y-3=0$ 을
표준형으로 고치면 $(x-1)^2+(y+2)^2=8$ 이므로
중심이 $(1,\ -2)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원이다.
원의 중심 $(1,\ -2)$ 에서 직선 $x-y+3=0$ 에 이르는 거리 d 는

$$\frac{|1-(-2)+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$$

따라서 원 위의 점에서 직선 $x-y+3=0$ 에
이르는 거리의 최솟값은
$d-$ (반지름의 길이)$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

15. 실수 x 에 대하여 $x-3 \neq 0$이 $x^2+ax-18 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, a 의 값은?

① -3　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$x-3 \neq 0$이 $x^2+ax-18 \neq 0$ 이기 위한 필요조건이므로 명제 '$x^2+ax-18 \neq 0$이면 $x-3 \neq 0$이다.' 가 참이다.
이때, 대우 '$x-3=0$이면 $x^2+ax-18=0$ 이다.' 도 참이므로
$9+3a-18=0$
$\therefore\ a=3$

16. 두 함수 $f(x)=3x-1$, $g(x)=\sqrt{4x+1}$ 에 대하여 $(f\circ g^{-1})(5)$ 의 값은? (단, g^{-1} 는 g 의 역함수이다.)

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$g^{-1}(5)=a$ 라 하면
$g^{-1}(5)=a \Leftrightarrow g(a)=5$ 이므로
$\sqrt{4a+1}=5$ 에서 $a=6$
$(f\circ g^{-1})(5)=f(g^{-1}(5))=f(6)=3\times 6-1=17$

17. 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 $(f \circ g)(x) = -6x + 17$, $h(x) = 2x + 4$ 를 만족할 때, $(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(5) = h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1}(5)$

$(f \circ g)(x) = -6x + 17$

$\Rightarrow \; y = -6x + 17$

$\Rightarrow \; x = -6y + 17$

$\Rightarrow \; y = -\frac{1}{6}x + \frac{17}{6} \cdots (f \circ g)^{-1}(x)$

$h(x) = 2x + 4$

$\Rightarrow \; y = 2x + 4$

$\Rightarrow \; x = 2y + 4$

$\Rightarrow \; y = \frac{1}{2}x - 2 \cdots h^{-1}(x)$

$\therefore \; h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1}(5) = h^{-1}(2) = -1$

18. 다음의 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$와 $g(x) = -2x + 2$에 대한 설명 중 옳은 것은 무엇인가?

① $f(x)$와 $g(x)$는 $y = x$에 대해 대칭이다.

② $(g \circ g)(x) = 4x + 16$

③ $(f^{-1} \circ g)(x) = -4x + 12$

④ $((g \circ f)^{-1} \circ g)(x) = 2x + 6$

⑤ $(f \circ (g \circ f)^{-1})(x) = -2x + 2$

해설

$f^{-1}(x) = 2x + 6,\ g^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

$g(g(x)) = 4x - 2$

④에서 $((g \cdot f)^{-1} \cdot g)(x)$

$= (f^{-1} \cdot g^{-1} \cdot g)(x)$

$= f^{-1}(x) = 2x + 6$

19. 0이 아닌 세 실수 x, y, z에 대하여 $\frac{x+y}{5}=\frac{y+z}{6}=\frac{z+x}{7}$를 만족할 때, $\frac{(x+y)^2-z^2}{x^2-y^2+z^2}$의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$(m, n은 서로소인 정수)이다. $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{x+y}{5}=\frac{y+z}{6}=\frac{z+x}{7}=k$ 라 하자

$\Rightarrow x+y=5k,\ y+z=6k,\ z+x=7k$

세 식을 모두 더하여 정리하면 $x+y+z=9k$

다시 식에 대입하면 $x=3k,\ y=2k,\ z=4k$

$$(\text{준식})=\frac{(x+y)^2-z^2}{x^2-y^2+z^2}$$

$$=\frac{25k^2-16k^2}{9k^2-4k^2+16k^2}=\frac{3}{7}$$

$\therefore m=7,\ n=3$

$\therefore m+n=10$

20. $0 \le a < 2$ 이고 $x = \dfrac{4a}{a^2+4}$ 일 때
$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$1+x = 1+\dfrac{4a}{a^2+4} = \dfrac{a^2+4a+4}{a^2+4} = \dfrac{(a+2)^2}{a^2+4}$

$1-x = 1-\dfrac{4a}{a^2+4} = \dfrac{a^2-4a+4}{a^2+4} = \dfrac{(a-2)^2}{a^2+4}$

$a^2+4>0$ 이고 $0<a<2$ 이므로

$a+2>0,\ a-2<0$

$\therefore\ \sqrt{1+x} = \sqrt{\dfrac{(a+2)^2}{a^2+4}} = \dfrac{a+2}{\sqrt{a^2+4}}$

$\sqrt{1-x} = \sqrt{\dfrac{(a-2)^2}{a^2+4}} = \dfrac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$

$\therefore\ \sqrt{1+x}+\sqrt{1-x} = \dfrac{a+2}{\sqrt{a^2+4}} + \dfrac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$

$= \dfrac{4}{\sqrt{a^2+4}}$

$\therefore\ a=0$ 일 때 최댓값 2

21. 직선 $y=\frac{1}{2}(x+1)$ 위의 한 점 P에서 x축에 평행한 직선을 그어 무리함수 $y=\sqrt{x-1}$의 그래프와 만나는 점을 Q라 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값을 구하면?

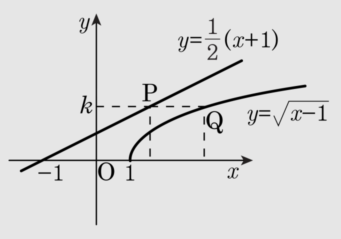
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

무리함수 $y=\sqrt{x-1}$의 그래프와

직선 $y=\frac{1}{2}(x+1)$을 좌표평면 위에

나타내면 다음 그림과 같다.



그림에서와 같이 점 P 의 y 좌표를 k 라 하면

① 점 P의 x좌표는 $k=\frac{1}{2}(x+1)$에서

$x=2k-1$

② 점 Q의 x좌표는 $k=\sqrt{x-1}$ 에서

$x=k^2+1$

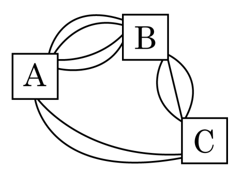
$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}=|k^2+1-(2k-1)|$

$=|k^2-2k+2|$

$=|(k-1)^2+1|\geq 1$

따라서, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값은 1이다.

22. 아래쪽 그림과 같이 A 에서 B 로 가는 길은 4가지, B 에서 C 로 가는 길은 3가지, A 에서 C 로 가는 길은 2가지이다. A 에서 C 를 왕복하는데 B 를 한 번만 거치는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 48가지

해설

(ⅰ) $A-B-C-A$인 경우의 수는 $4\times3\times2=24$
(ⅱ) $A-C-B-A$인 경우의 수는 $2\times3\times4=24$ 이상에서 구하는 방법의 수는
$24+24=48$

23. $1, 2, 3, 4, 5$ 의 번호가 각각 적힌 5개의 공을 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 라고 쓰여진 주머니에 각각 1 개씩 넣을 때, 2 번 공은 A_1 에 넣고 k번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우의 수를 구하여라. (단, $k = 1, 3, 4, 5$)

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 11 가지

해설

2번 공은 A_1 에 넣고 k 번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우는 11 가지 이다

24. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

${}_5C_3 \times {}_4C_2 \times 5! = 7200$

25. 15 명의 학생을 4 명, 5 명, 6 명의 3 조로 나누는 모든 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 630630 가지

해설

${}_{15}C_4 \times {}_{11}C_5 \times {}_6C_6 = 630630$

26. 연립방정식 $\begin{cases} x(y+z)=10 \\ y(z+x)=18 \\ z(x+y)=24 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라 할 때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

① ±2 ② ±4 ③ ±8 ④ ±16 ⑤ ±32

해설

$\begin{cases} x(y+z)=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ y(z+x)=18 & \cdots\cdots ㉡ \\ z(x+y)=24 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠ + ㉡ + ㉢ : $2(xy+yz+zx)=52$

$\therefore\ xy+yz+zx=26$

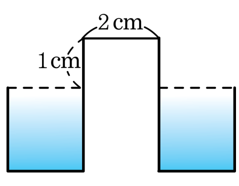
$\therefore\ xy=2,\ yz=16,\ zx=8\ \cdots\cdots$ ㉣

㉣에서 $(xyz)^2=16^2$ $\quad\therefore\ xyz=\pm16$

$\therefore\ x=\alpha=\pm1,\ y=\beta=\pm2,\ z=\gamma=\pm8$ (복부호동순)

$\therefore\ \alpha\beta\gamma=\pm16$

27. 폭이 100 cm 인 긴 양철판을 구부려서 두 줄기로 물이 흘러가도록 하였다. 직사각형 단면이 다음 그림과 같이 대칭인 모양으로 물이 가장 많이 흘러갈 수 있도록 했을 때, 물이 흘러가는 단면 중 한 개 단면의 최대 넓이는 몇 cm^2 인가? (단, 아래 그림의 실선은 양철판을 나타낸다.)



① $125\,\text{cm}^2$ ② $288\,\text{cm}^2$ ③ $350\,\text{cm}^2$

④ $420\,\text{cm}^2$ ⑤ $120\,\text{cm}^2$

해설

직사각형 단면의 세로의 길이를 a, 가로의 길이를 b 라 하면
총길이는 $a+b+a+1+2+a+1+b+a=100$ 에서
$4a+2b=96$
$\therefore 2a+b=48$ 이므로 $b=48-2a$
한 개 단면의 넓이는 ab 이므로

$$\begin{aligned} a(48-2a) &= -2a^2+48a \\ &= -2(a^2-24a) \\ &= -2(a^2+24a+144-144) \\ &= -2(a-12)^2+288 \end{aligned}$$

따라서 $a=12$ 일 때 최대 넓이 $288\,\text{cm}^2$

28. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 34$, $n(A^c \cap B^c) = 11$, $n(B - (A \cap B)^c) = 6$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$n(U) = 34$ 이고 $n(A^c \cap B^c) = 11$ 이면, $n(A \cup B) = 23$,
$B - (A \cap B)^c = A \cap B$ 이므로 $n(B - (A \cap B)^c) = n(A \cap B) = 6$,
$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 23 - 6 = 17$

29. 다음은 양수 $x,\ y,\ z$가 $x^2+y^2+z^2=1$을 만족할 때, $P=\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y}+\frac{xy}{z}$의 최솟값을 구하는 과정이다.

$$P^2=\frac{y^2z^2}{x^2}+\frac{z^2x^2}{y^2}+\frac{x^2y^2}{z^2}+2x^2+2y^2+2z^2$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{y^2z^2}{x^2}+\frac{z^2x^2}{y^2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{z^2x^2}{y^2}+\frac{x^2y^2}{z^2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{x^2y^2}{z^2}+\frac{y^2z^2}{x^2}\right)+2(x^2+y^2+z^2)$$

$\therefore P^2 \geq$ (가)

따라서, P 의 최솟값은 (나) 이고,

등호는 $x=y=z=$(다) 일 때, 성립한다.

위의 과정에서 (가)~(다)에 각각 알맞은 것은?

① 2, $\sqrt{2}$, $\frac{1}{3}$　② 9, 3, $\frac{1}{\sqrt{3}}$　③ 3, $\sqrt{3}$, $\frac{1}{3}$

④ 3, $\sqrt{3}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑤ 2, $\sqrt{2}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$

해설

$$P^2=\frac{y^2z^2}{x^2}+\frac{z^2x^2}{y^2}+\frac{x^2y^2}{z^2}+2(x^2+y^2+z^2)$$

조건에서 $x^2+y^2+z^2=1$ 이므로

$$P^2=\frac{1}{2}\left(\frac{y^2z^2}{x^2}+\frac{z^2x^2}{y^2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{z^2x^2}{y^2}+\frac{x^2y^2}{z^2}\right)$$
$$+\frac{1}{2}\left(\frac{x^2y^2}{z^2}+\frac{y^2z^2}{x^2}\right)+2$$
$$\geq \sqrt{\frac{y^2z^2}{x^2}\cdot\frac{z^2x^2}{y^2}}+\sqrt{\frac{z^2x^2}{y^2}\cdot\frac{x^2y^2}{z^2}}$$
$$+\sqrt{\frac{x^2y^2}{z^2}+\frac{y^2z^2}{x^2}}+2$$
$$=x^2+y^2+z^2+2=(3)$$

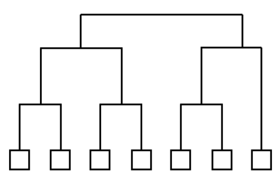
$\therefore\ P \geq \sqrt{3}$ 이므로 P의 최솟값은 ($\sqrt{3}$) 이고,

등호는 $x=y=z=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ 일 때 성립한다.

$\because\ x^2+y^2+z^2=1$ 이므로 $x=y=z$ 이면 $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

$\therefore$ (가) 3 (나) $\sqrt{3}$ (다) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

30. A, B 를 포함한 7 명의 선수가 다음 그림과 같은 대진표에 의하여 토너먼트 방식으로 시합을 하여 우승자를 가리려고 한다. A, B 두 선수가 각각 1 회전에서 시합을 이기거나 1 회전을 부전승하여 2 회전에 올라왔을 때, A, B 두 선수가 만나도록 대진표를 짜는 방법의 수는?



① 60　　② 75　　③ 90　　④ 105　　⑤ 120

해설

7 명을 4 명, 3 명의 두 개의 조로 나눌 때,
A, B 두 선수는 같은 조에 편성되어야 한다.

(i) A, B 가 4 명의 조에 편성되는
경우 5 명을 2 명, 3 명의 두 조로 나누는
방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$ (가지)
A, B 가 1 차전에서 만나지 않도록 대진표를
짜는 방법의 수는 $2 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 = 6$ (가지)
$\therefore 10 \times 6 = 60$ (가지)

(ii) A, B 가 3 명의 조에 편성되는 경우
5 명을 4 명, 1 명의 두 조로 나누는 방법의
수는 ${}_5C_4 \times {}_1C_1 = 5$ (가지)
A, B 가 1 차전에서 만나지 않도록 대진표를
짜는 방법의 수는 ${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2 = 6$ (가지)
$\therefore 5 \times 6 = 30$ (가지)

(i), (ii) 에 의하여 구하는 방법의 수는
$60 + 30 = 90$ (가지)

31. 어떤 문자도 0 은 아니고, $xy = a$, $xz = b$, $yz = c$ 라고 할 때, $x^2+y^2+z^2$ 은?

① $\dfrac{ab+ac+bc}{abc}$ ② $\dfrac{a^2+b^2+c^2}{abc}$

③ $\dfrac{(a+b+c)^2}{abc}$ ④ $\dfrac{(ab+ac+bc)^2}{abc}$

⑤ $\dfrac{(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2}{abc}$

해설

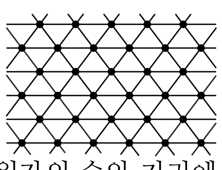
$abc = x^2y^2z^2 = x^2c^2$, $x^2 = \dfrac{ab}{c}$

마찬가지로, $y^2 = \dfrac{ac}{b}$, $z^2 = \dfrac{bc}{a}$

$\therefore\ x^2+y^2+z^2 = \dfrac{ab}{c}+\dfrac{ac}{b}+\dfrac{bc}{a}$

$= \dfrac{(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2}{abc}$

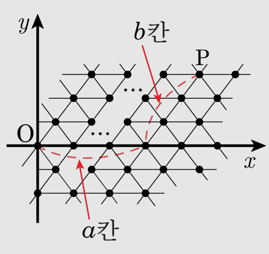
32. 어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다. 다음 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여있는 원자의 중심을 연결한 것이다. 이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심간의 거리가 모두 1 일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는?



① 4　　② 6　　③ 8　　④ 12　　⑤ 16

해설

다음 그림과 같이 좌표축을 잡아서
점 O 에서 우측으로 a 칸
우상쪽으로 b 칸 이동한 점 P 를 생각
하자.



이 때 $\overline{\mathrm{OP}}^2 = \left(a + \dfrac{b}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}b\right)^2$

$= a^2 + ab + b^2 = 7$

$4a^2+4ab+4b^2 = (2a+b)^2+3b^2 = 28$

가능한 $3b^2 = 0, 3, 12, 27$ 일 때

$(2a+b)^2 = 28, 25, 16, 1$

33. 3 자리 정수 $100, 101, \cdots, 999$ 중에서 증가 또는 감소하는 서로 다른 세 개의 숫자로 이루어진 수의 개수는?

① 120　　② 168　　③ 204　　④ 216　　⑤ 240

해설

증가하는 숫자 순으로 배열된 서로 다른 3 자리의 정수는 $\{1, 2, 3, \cdots, 9\}$ 에서 서로 다른 3 개의 수를 뽑는 조합의 수와 같다.

$_9C_3 = 84$

감소하는 숫자 순으로 배열된 서로 다른 3 자리의
정수는 $\{0, 1, 2, 3, \cdots, 9\}$ 에서 서로 다른 3 개의 수를 뽑는 조합의 수이다.

$_{10}C_3 = 120$

따라서 구하는 수의 개수는 $84 + 120 = 204$