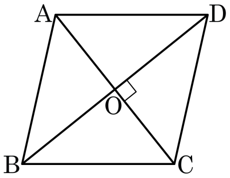
1. 다음은 '마름모의 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 써넣어라.



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$
[결론] $\boxed{}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서 $\overline{AB}=\boxed{}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{OB}=\boxed{}$ 이므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ ($\boxed{}$ 합동)
$\therefore \angle AOB=\angle AOD$
이 때, $\angle AOB+\angle AOD=180°$ 이므로
$\angle AOB=\angle AOD=\boxed{}$ 이다. $\therefore$ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

㉠ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$	㉡ $\overline{DA}$	㉢ $\overline{OD}$	㉣ SSS
㉤ SAS	㉥ $45°$	㉦ $180°$	㉧ $90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

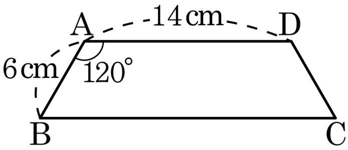
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉧

해설

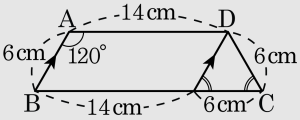
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$
[결론] $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서 $\overline{AB}=\overline{DA}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통 $\overline{OB}=\overline{OD}$ 이므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ (SSS 합동)
$\therefore \angle AOB=\angle AOD$
이 때, $\angle AOB+\angle AOD=180°$ 이므로
$\angle AOB=\angle AOD=90°$ 이다.
$\therefore$ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

2. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 14\,\mathrm{cm}$, $\angle A = 120°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이는?



① 40 cm ② 44 cm ③ 46 cm ④ 48 cm ⑤ 50 cm

해설



$$\begin{aligned}(\text{둘레의 길이}) &= 14 \times 2 + 6 \times 3 \\ &= 28 + 18 \\ &= 46(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

3. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

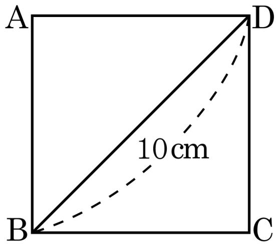
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡,㉢,㉤의 3 개

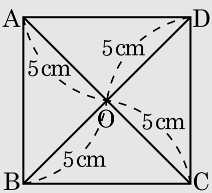
4. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 10cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2 ② 42cm^2 ③ 45cm^2

④ 48cm^2 ⑤ 50cm^2

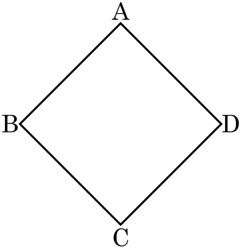
해설



$\overline{AC} = \overline{BD} = 10\text{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABO + \triangle BCO + \triangle CDO + \triangle DAO = (\frac{1}{2} \times 5 \times 5) \times 4 = 50(\text{cm}^2)$

5. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{AB}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A + \angle B = 180°$

④ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{BA} = 2\overline{AO}$ 이다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

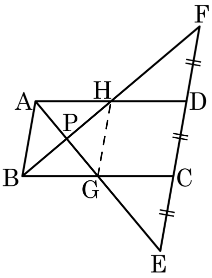
해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

$\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

$\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이면 $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, □ABGH 는 어떤 사각형인가? 또, $2\angle FPE$ 의 크기는?



① 정사각형, $90°$
② 정사각형, $180°$
③ 직사각형, $180°$
④ 마름모, $90°$
⑤ 마름모, $180°$

해설

그림에서 $\overline{FD} : \overline{FC} = \overline{HD} : \overline{BD} = 1 : 2$
$(\because \overline{HD} \,/\!/\, \overline{BC})$
그런데 $\overline{BC} = \overline{AD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{HD} = \overline{AB} = \overline{AH}$
$\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$ 이므로 마름모이다.
□ABGH 는 마름모에 성격에 따라 두 대각선이 서로 수직이등분을 하므로 $\angle FPE$ 는 직각이다.
따라서 $\angle FPE = 180°$ 이다.

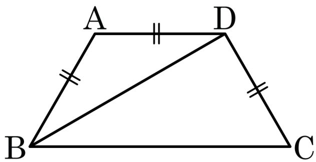
7. 다음 사각형 중 등변사다리꼴을 모두 고르면?

① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 마름모
④ 직사각형　⑤ 정사각형

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같은 사각형은 직사각형과 정사각형이다.

8. 다음 그림에서 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$일 때, $\angle DBC$의 크기를 구하여라.

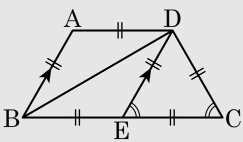


▶ 답: ________ °

▷ 정답: 30 °

해설

점 D에서 $\overline{AB}$와 평행한 선분이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 할 때, □ABED는 마름모가 된다.



또한, $\triangle DEC$는 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$이므로 $\overline{BE} = \overline{EC}$이다.

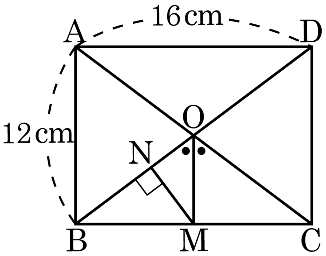
마름모의 성질에 의해서 $\overline{AB} = \overline{DE}$이므로 $\triangle DEC$는 정삼각형이다.

$\therefore\ \angle DEC = \angle DCE = \angle EBA = 60°$

□ABED가 마름모이므로

$\angle DBC = \angle ABD = 30°$

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{BD}=20\,\text{cm}$이다. $\angle BOM=\angle COM$, $\overline{MN}\perp\overline{OB}$일 때, $\overline{MN}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4.8 cm

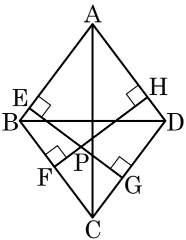
해설

$$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 20=10\,(\text{cm})$$

$$\triangle OBM=\frac{1}{2}\times 8\times 6=\frac{1}{2}\times 10\times \overline{MN}$$

$$\therefore\ \overline{MN}=4.8\,(\text{cm})$$

10. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5\text{cm}$ 이고

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$

$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$

$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{48}{5}$ cm이다.