

1. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면?

① $A = \{3, 6\}$

② $A = \{3, 6, 9\}$

③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$

④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

2. 세 집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

① 13

② 15

③ 17

④ 19

⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$

3. 두 집합 $A = \{a, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 집합 X 는 집합 B 에 포함되고 집합 A 는 집합 X 에 포함될 때, 이를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 a, c 를 모두 포함하는 집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

4. $n(A) = 14$, $n(B) = 23$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = 14 - 7 = 7$$

$$n(B - A) = 23 - 7 = 16$$

$$\therefore n(B - A) - n(A - B) = 16 - 7 = 9$$

5. 다음 <보기>의 명제 중 참인 명제의 개수를 구하면?

보기

- ㉠ 소수이면 홀수이다.
- ㉡ $ab \neq 6$ 이면 $a \neq 2$ 또는 $b \neq 3$ 이다.
- ㉢ 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $|a| + |b| = 0$ 이다.
- ㉣ 실수 a, b, c 에 대하여 $ac = bc$ 이면 $a = b$ 이다.
- ㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉠ 짝수인 소수도 있다.
- ㉡ 대우명제 ‘ $a = 2$ 이고 $b = 3$ 이면 $ab = 6$ 이다.’ 는 참이므로 주어진 명제는 참이다.
- ㉢ $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
따라서 $|a| + |b| = 0$ 이다.
- ㉣ $c = 0$ 이면 $ac = bc$ 이지만 $a = b$ 인 것은 아니다.
- ㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = \pm 2$ 이다

6. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되는 것은? (단, x, y, z, a 는 실수)

① $p : x = 1, q : x^2 - 3x + 2 = 0$

② $p : 0 < x < 1, q : x < 2$

③ $p : a > 3, q : a^2 > 9$

④ $p : xz = yz, q : x = y$

⑤ $p : a$ 는 4의 배수, $q : a$ 는 2의 배수

해설

$$p : xz = yz, \quad q : x = y$$

$$P : xz - yz = (x - y)z = 0,$$

$$\therefore x = y \text{ or } z = 0$$

$$Q : x = y$$

$$\therefore P \supset Q \rightarrow p \leftarrow q$$

7. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?.

① $\emptyset \in A$

② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$

④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

8. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $X \cap A = X$, $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

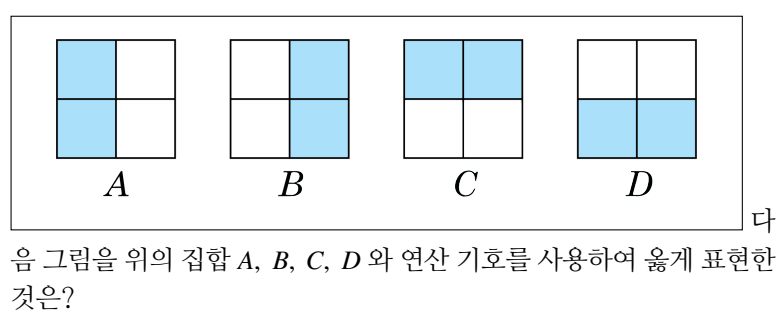
$A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{3, 5, 7\}$

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

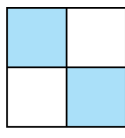
해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{3, 5\}$,
 $X \cap A = X$ 이므로 $X \subset A$,
 $X \cup (A \cap B) = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
따라서 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5를 반드시 포함하는 집합이므로
 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ 이다.

9. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



- ① $(A \cup B) - (A \cap B)$
- ② $(D \cup C) - (B \cap C)$
- ③ $(A \cup D) - (A \cap D)$
- ④ $(A - C) \cup (C - B)$
- ⑤ $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$$(A \cup D) - (A \cap D)$$

10. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의
세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{1, 5\}$
가 있다.
전체집합 U 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$
이라 할 때, $(A \circ B) \circ C$ 는?

- ① {1, 3}
- ② {1, 5}
- ③ {1, 7}
- ④ {1, 2, 5}
- ⑤ {1, 2, 6, 7}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.
 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 이므로
 $A \circ B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} - \{1, 3\} = \{2, 5, 6, 7\}$ 이다.
따라서 $(A \circ B) \circ C = \{1, 2, 5, 6, 7\} - \{5\} = \{1, 2, 6, 7\}$ 이다.

11. 어느 반 학생들 중 형이 있는 학생은 25 명, 동생이 있는 학생은 18 명, 형과 동생이 모두 있는 학생은 14 명, 형과 동생이 모두 없는 학생은 2 명이다. 형이 없거나 동생이 있는 학생은 몇 명인가?

① 18명 ② 19 명 ③ 20 명 ④ 21 명 ⑤ 22 명

해설

$n(A) = 25, n(B) = 18, n(A \cap B) = 14, n((A \cup B)^c) = 2$ 이다.
 $n(A^c \cup B) = n(B) + n((A \cup B)^c) = 18 + 2 = 20$ 이다.

12. 3개의 양수를 원소로 갖는 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 $B = \{\alpha + \beta \mid \alpha \in A, \beta \in A\}$, $C = \{\alpha\beta \mid \alpha \in A, \beta \in A\}$ 를 만들었더니 $B = \{5, 7, 8\}$, $C = \{6, 10, 15\}$ 가 되었다. 이 때 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 집합 A 는 소수로만 이루어진 집합이다.

㉡ 집합 A 의 원소 중 최소인 수는 3이다.

㉢ 집합 A 의 원소 중 최대인 수는 11이다.

㉣ 집합 A 의 원소들의 합은 19이다.

㉤ 집합 A 의 원소 중에는 짝수도 있다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

해설

A 는 3개의 양수를 원소로 갖는 집합이므로 일반성을 잃지 않고 세 수를 $0 < a < b < c$ 라 하자. 이 때, B 의 최소인 수는 $a + b$, 최대인 수는 $b + c$.

C 의 최소인 수는 ab , 최대인 수는 bc

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ ab = 6 \end{cases} \quad \dots \text{①}$$

$$\begin{cases} b + c = 8 \\ bc = 15 \end{cases} \quad \dots \text{②}$$

①에서 a, b 는 임의의 실수 t 에 대하여 $t^2 - 5t + 6 = 0$ 의 두 근이므로 $a = 2, b = 3$ ($\because a < b$)

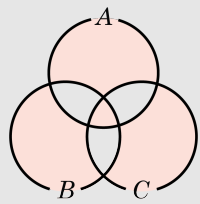
②에서 b, c 는 임의의 실수 t 에 대하여 $t^2 - 8t + 15 = 0$ 의 두 근이므로 $b = 3, c = 5$ ($\because b < c$) $\therefore a = 2, b = 3, c = 5$

$\therefore A = \{2, 3, 5\}$ 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉤

13. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 라 정의할 때, 다음 중 성립하지 않는 것은?
- ① $A\Delta B = B\Delta A$
- ② $(A\Delta B)\Delta C = A\Delta(B\Delta C)$
- ③ $A\Delta A = \emptyset$ 이고 $A\Delta \emptyset = A$ 이다.
- ④ $A\Delta A\Delta A\Delta \cdots \Delta A = \emptyset$
- ⑤ $A\Delta B = C$ 이면 $B = A\Delta C$ 이다.

해설

- ①, ③은 자명하다.
 ② 벤 다이어그램으로 그려 보면 좌,우변이 모두 같은 그림으로 그려진다. (아래 그림)



- ④
 (i) A 가 짝수개 있을 때 :
 $(A\Delta A)\Delta(A\Delta A)\Delta \cdots \Delta(A\Delta A)$
 $= \emptyset\Delta\emptyset\Delta \cdots \Delta\emptyset = \emptyset$
 (ii) A 가 홀수개 있을 때 :
 $(A\Delta A\Delta \cdots \Delta A)\Delta A = \emptyset\Delta A = A$
 「 — 짝수개 — 」
- ⑤ $A\Delta B = C$ 이므로 $A\Delta(A\Delta B) = A\Delta C$ 이다. 이 때, (좌변) =
 $(A\Delta A)\Delta B = \emptyset\Delta B = B \therefore B = A\Delta C$

14. 민주, 한결, 은하, 겨레 4명의 학생은 각자가 적당한 시간에 봉사활동에 다녀오기로 하였으나 그 중 한명이 참석하지 못하였다. 그런데 네 명의 학생은 아래와 같이 서로 엇갈린 주장을 하고 있다. 이 진술 중 오직 하나만이 옳은 것일 때, 참석하지 못한 학생과 옳게 진술한 학생은?

민주: 한결이가 빠졌어.
한결: 민주가 한 말은 거짓말이야.
은하: 민주가 빠졌어.
겨레: 나는 안 빠졌어.

- ① 겨레, 한결
- ② 겨레, 민주
- ③ 겨레, 은하
- ④ 민주, 한결
- ⑤ 민주, 은하

해설

- ㉠ 민주가 참 : 한결, 겨레가 빠진것이 되어 모순
- ㉡ 한결이 참 : 겨레가 빠짐
- ㉢ 은하가 참 : 민주의 진술에 대해 참, 거짓이 모순
- ㉤ 겨레가 참 : 민주의 진술에 대해 참, 거짓이 모순
- ∴ 한결의 진술이 참, 겨레가 참석하지 못함.

15. $a \geq 1, b \geq 1$ 이고 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 4$ 일 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M \cdot m$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로
 $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq 2\sqrt{\sqrt{a}\sqrt{b}} = 2^4\sqrt{ab}$
 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 4$ 이므로 $2^4\sqrt{ab} \leq 4$
 $\therefore \sqrt[4]{ab} \leq 2$
 $\therefore \sqrt{ab} \leq 4$
따라서, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{ab}} \geq \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \dots \textcircled{1}$
($\because \sqrt{ab} \leq 4$ 이므로 $\frac{1}{\sqrt{ab}} \geq \frac{1}{4}$)
한편, $a \geq 1, b \geq 1$ 이므로
 $0 < \frac{1}{a} \leq 1, 0 < \frac{1}{b} \leq 1$
 $\therefore 0 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 2 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 2$
 $\therefore M = 2, m = \frac{1}{2}$
 $\therefore M \cdot m = 1$