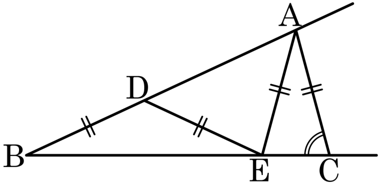
1. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{EA}}=\overline{\mathrm{AC}}$이고, $\angle\mathrm{C}=\angle\mathrm{B}+50\,^{\circ}$일 때, $\angle\mathrm{C}$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $75\,\underline{^{\circ}}$

해설

$\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{DE}}$

$\angle\mathrm{B}=\angle x$라고 하면

$\angle\mathrm{EDA}=\angle x+\angle x=2\angle x$이다.

$\overline{\mathrm{ED}}=\overline{\mathrm{EA}}$이므로

$\angle\mathrm{EAD}=\angle\mathrm{EDA}$

$\therefore\ \angle\mathrm{AEC}=\angle x+2\angle x=3\angle x$이다.

$\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{AC}}$이므로

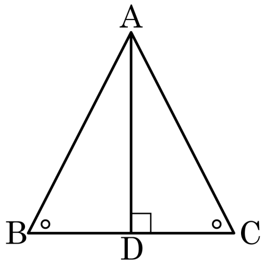
$\angle\mathrm{ACE}=\angle\mathrm{AEC}=3\angle x$이고,

이때, $\angle\mathrm{C}=\angle\mathrm{B}+50\,^{\circ}$이므로

$3\angle x=\angle x+50\,^{\circ}\quad\therefore\ \angle x=25\,^{\circ}$

$\therefore\ \angle\mathrm{C}=3\angle x=3\times 25\,^{\circ}=75\,^{\circ}$

2. '두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.' 를 보이기 위해 사용된 합동의 조건은 무엇인지 써라.



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
i) $\angle B = \angle C$
ii) $\angle ADB = \angle ADC$ 이고
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD$
iii) $\overline{AD}$는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ 이므로 $\boxed{}$ 합동
$\therefore$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** ASA

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB = (\angle ADC)$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 (180)° 이므로
$\angle BAD = (\angle CAD)$
($\overline{AD}$)는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

3. 다음은 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 알맞지 <u>않은</u> 것을 고르면?

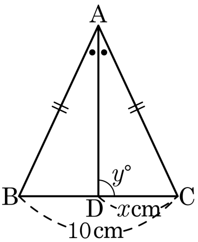
【가정】△ABC 에서 (㉠) = (㉡)
【결론】∠B = ∠C
【증명】△ABC 에서 꼭지각 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D 라고 하면,
△ (㉢)와 △ACD 에서
(㉠) = (㉡) (가정)
∠BAD = ∠CAD
(㉣)는 공통
∴ △ (㉢) ≡ △ACD (㉤)
∴ ∠B = ∠C

① ㉠$\overline{AB}$
② ㉡$\overline{AC}$
③ ㉢ABD
④ ㉣$\overline{AD}$
⑤ ㉤ASA 합동

해설

【가정】△ABC 에서 ($\overline{AB}$) = ($\overline{AC}$)
【결론】∠B = ∠C
【증명】△ABC 에서 꼭지각 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D 라고 하면,
△ (ABD)와 △ACD 에서
($\overline{AB}$) = ($\overline{AC}$) (가정)
∠BAD = ∠CAD
($\overline{AD}$)는 공통
∴ △ (ABD) ≡ △ACD (SAS합동)
∴ ∠B = ∠C

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선일 때, $y-x$의 값은?



① 80 ② 85 ③ 90
④ 95 ⑤ 100

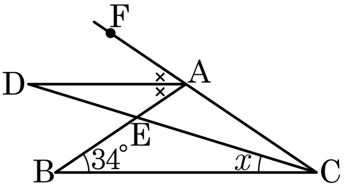
해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$x = \dfrac{10}{2} = 5 \quad \angle ADC = \angle y = 90°$이다.

따라서 $y - x = 90 - 5 = 85$이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}$, $\angle FAD=\angle BAD$ 일 때, $\angle x$ 의 값과 같은 것은?



① $\angle AED$ ② $\angle ACD$ ③ $\angle ABC$

④ $\angle DAF$ ⑤ $\angle BAC$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC = 112°$

$\angle BAD=\angle DAF=\frac{1}{2}(180°-112°)=34°$

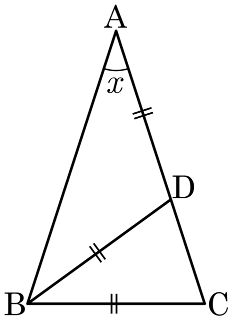
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ACD=\frac{1}{2}(180°-112°-34°)=17°$

따라서 $\angle x = 34°-17°=17°$ 이다.

$\therefore \angle x=\angle ACD=\angle ADC$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°　　② 32°　　③ 34°　　④ 36°　　⑤ 38°

해설

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle ABD = x°$ 이고

$\angle BDC = \angle x + \angle x = 2\angle x$

또한 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle BDC = \angle BCD = 2\angle x$

$\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

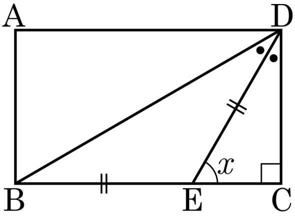
$\angle ABC = \angle ACB = \angle BCD = 2\angle x$

따라서 $\triangle ABC$ 의 내각의 합을 이용하면

$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 36°$

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{DE}$, $\angle BDE = \angle CDE$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

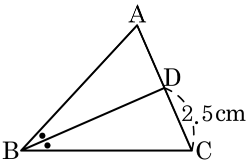
해설

$\angle BDE = \angle a$ 라고 하면 $\angle BDE = \angle CDE = \angle a$ 이고, $\angle x = 2\angle a$
$\triangle CDE$ 의 내각의 합을 이용하면

$$\begin{aligned} 180^\circ &= \angle CDE + \angle DEC + \angle ECD \\ &= \angle a + 2\angle a + 90^\circ \\ &= 3\angle a + 90^\circ \end{aligned}$$

$\therefore \angle a = 30^\circ$
한편 $\angle x = 2\angle a$ 이므로
$\therefore \angle x = 60^\circ$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변 삼각형이다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① 4.2cm ② 4.4cm ③ 4.6cm

④ 4.8cm ⑤ 5cm

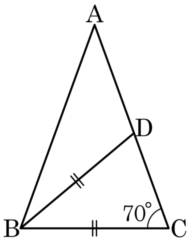
해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{CD} = \overline{AD}$

따라서 $\overline{AC} = 2.5 + 2.5 = 5(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고, $\angle BCD = 70°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?



① $30°$ ② $32°$ ③ $34°$ ④ $36°$ ⑤ $38°$

해설

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BDC = 70°$

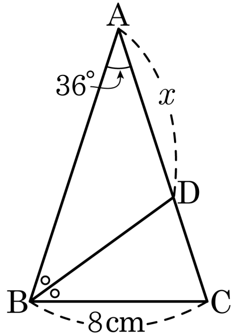
$\angle CBD = 180° - 2 \times 70° = 40°$

또 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 70°$

따라서 $\angle ABD = 70° - 40° = 30°$

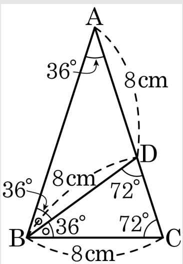
10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

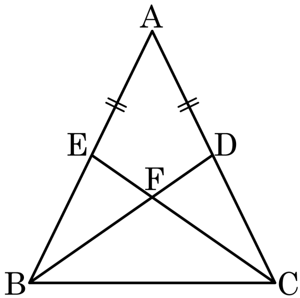


$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 이등변삼각형ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 일 때, $\triangle FBC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

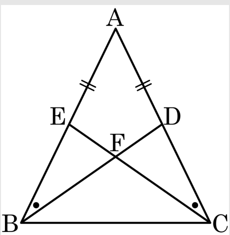


▶ **답 :**

▷ **정답 :** 이등변삼각형

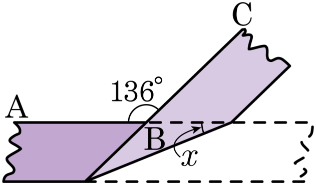
해설

다음 그림에서 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동 : $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통) 이므로 $\angle EBF = \angle DCF$ 이다.



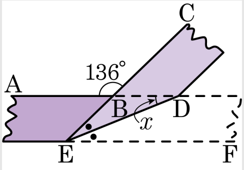
따라서 $\angle FBC = \angle FCB$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 이등변삼각형이다

12. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 136°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$　　② $22°$　　③ $24°$　　④ $26°$　　⑤ $28°$

해설



$\angle ABE = 180° - 136° = 44°$

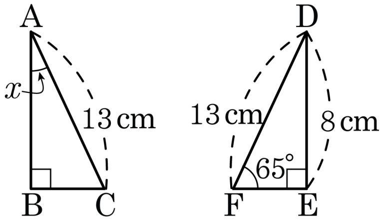
$\angle ABE = \angle BEF = 44°$ (엇각)

$\angle BED = \angle DEF = \dfrac{1}{2} \times 44° = 22°$ (종이 접은 각)

$\angle BDE = \angle DEF = 22°$ (엇각)

$\therefore \angle x = 22°$

13. 합동인 두 직각삼각형 ABC, DEF가 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



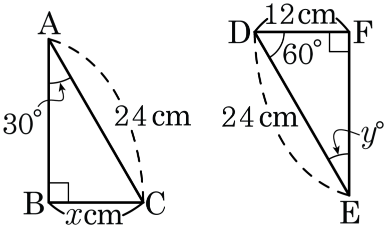
① 65° ② 55° ③ 45° ④ 35° ⑤ 25°

해설

$\triangle$ABC, $\triangle$DEF는 서로 합동이다.

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{FDE} = 180° - 90° - 65° = 25°$

14. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

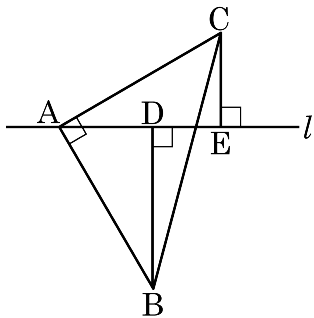
해설

$\triangle ABC, \triangle EFD$ 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30°$

$\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

15. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, $\overline{BD} = a$, $\overline{CE} = b$ 라 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

해설

$\triangle CAE$ 와 $\triangle ABD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ADB = \angle CEA$,

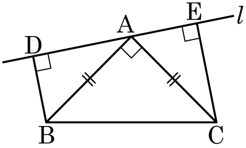
$\angle BAD = 90° - \angle CAE = \angle ACE$ 이므로

$\triangle CAE \equiv \triangle ABD$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AE} = \overline{BD} = a,\ \overline{AD} = b$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = a - b$

16. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$ 이다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 ?



① 20cm^2 ② 24cm^2 ③ 26cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

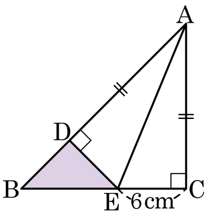
$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{EA} = 4\text{cm}$, $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다.

$\square DBCE$ 의 넓이$= \dfrac{(4+6)\times 10}{2} = 50(\text{cm}^2)$ 이므로

$\triangle ABC = \square DBCE - \triangle ADB - \triangle CEA$

$= 50 - 12 - 12 = 26(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 빗변 AB 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$ 가 되게 점 D 를 잡고, 점 D 를 지나며 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, $\overline{EC}=6\text{cm}$ 이다. $\triangle BDE$ 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 14cm^2 ③ 16cm^2

④ 18cm^2 ⑤ 20cm^2

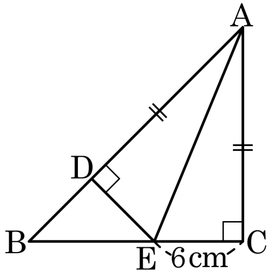
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{DE}=\overline{CE}=6\text{cm}$,

$\triangle BDE$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE}=\overline{DB}=6\text{cm}$

$$\therefore \triangle BDE=\frac{6\times 6}{2}=18(\text{cm}^2)$$

18. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$ 인 점 D 를 잡고 $\overline{AB}\perp\overline{DE}$ 인 점 E를 잡았다.
$\overline{EC}=6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



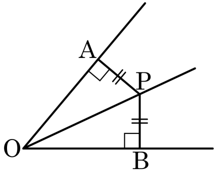
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS합동) 이다.
그러므로 $\overline{DE}=\overline{EC}=6(\text{cm})$

19. 다음의 도형에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$이면 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치함을 증명하려고 한다. 증명의 과정 중 옳지 않은 것을 골라라.



(증명)
$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이고,
㉡ $\overline{PA} = \overline{PB}$이고, $\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동)이다.
그러므로 ㉣ $\angle POA = \angle POB$이다.
따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

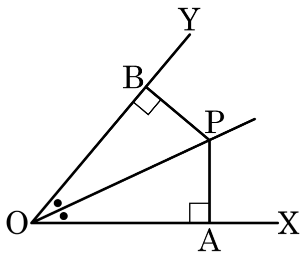
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이고, ㉡ $\overline{PA} = \overline{PB}$ (가정에 있음)이고, $\overline{OP}$는 공통이므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동 $\Rightarrow$ RHS 합동)이다. 그러므로 ㉣ $\angle POA = \angle POB$이다.
따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

20. 다음은 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두변에 이르는 거리는 같음을 보이는 과정이다. 다음 빈칸에 들어갈 말로 <u>틀린</u> 것은?



보기

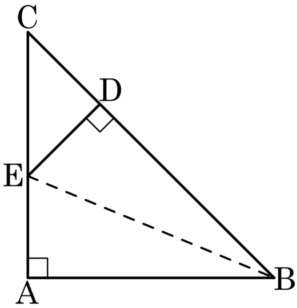
$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P를 잡으면
$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서
$\angle PAO = ($ (가) $) = 90° \cdots$ ㉠
가정에서 $\angle POA = ($ (나) $) \cdots$ ㉡
$\overline{OP}($ (다) $) \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ ((라) 합동)
$\therefore \overline{PA} = ($ (마) $)$

① (가)$\angle PBO$
② (나) $\angle POB$
③ (다) 빗변(공통변)
④ (라) RHS
⑤ (마) $\overline{PB}$

해설

$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P 를 잡으면
$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서
$\angle PAO = (\angle PBO) = 90° \cdots$ ㉠
$\angle POA = (\angle POB) \cdots$ ㉡
$\overline{OP} =$ (빗변(공통변)) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{PA} = (\overline{PB})$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$

② $\angle DBE = \angle ABE$

③ $\overline{AE} = \overline{EC}$

④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

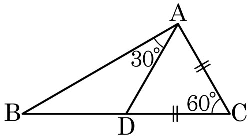
① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore\ \triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)

② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.

④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore\ \angle DEC = \angle DCE$

22. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$ 일 때, 틀린 것을 모두 고르면?



㉠ $\angle ADC = 50°$

㉡ $\angle A = 90°$

㉢ $\angle ABD = 40°$

㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$ 이므로

$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$

따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.

$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$

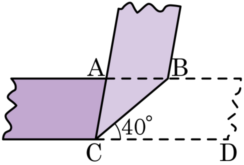
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.

$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$

따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

23. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{100°}$

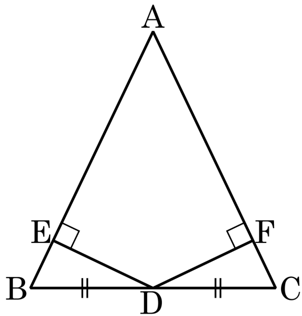
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EB} = \overline{FC}$

② $\angle EBD = \angle FCD$

③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

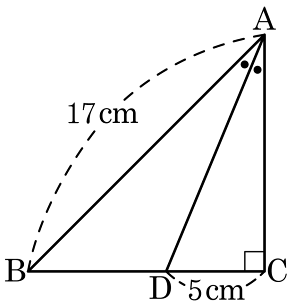
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

25. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?

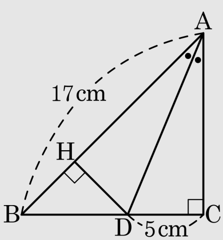


① $\frac{11}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\text{cm}^2$ ③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$

④ $33\,\text{cm}^2$ ⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)



$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5 \times 12 \times \frac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\frac{85}{2} - 30 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.