1. 다음 중 평행사변형에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 네 변의 길이가 같다.

② 두 대각선은 서로 수직한다.

③ 두 대각선은 길이가 같다.

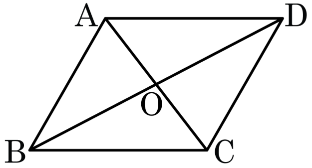
④ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

2. 다음 중 다음 평행사변형 ABCD 에 대한 설명이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}, \overline{AD}//\overline{BC}$

② $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

③ $\angle B + \angle C = 180°$

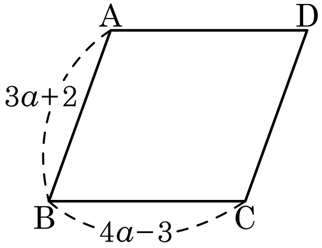
④ $\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{BD}$

해설

평행사변형의 성질
(1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(2) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(3) 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.(두 대각선은 각각의 중점에서
만난다.)

3. 다음 평행사변형의 둘레의 길이가 96 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

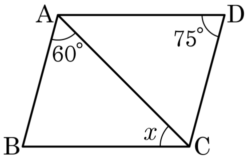
$(4a-3+3a+2)\times 2=96$

$7a-1=48,\ 7a=49$

$a=7$

$\overline{\mathrm{AD}}=4a-3=4\times 7-3=25$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?

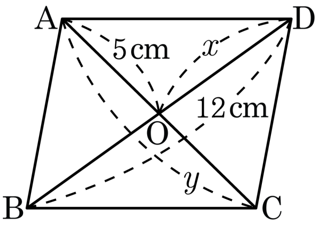


① $30°$　② $35°$　③ $40°$
④ $45°$　⑤ $50°$

해설

$\angle BCA = \angle CAD$ 이고,
$\angle BAD + \angle ADC = 180°$,
$60° + \angle ACB + 75° = 180°$,
$\angle ACB = 180° - 60° - 75° = 45°$
$\therefore\ \angle x = 45°$

5. 다음 그림에서 $\overline{BD}=12\,\mathrm{cm}$, $\overline{AO}=5\ \mathrm{cm}$일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $x=6\,\mathrm{cm}$

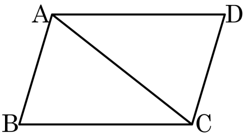
▷ 정답 : $y=10\,\mathrm{cm}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$x=\dfrac{1}{2}\times 12=6(\mathrm{cm})$, $y=2\times 5=10(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것 중 옳지 않은 것은?



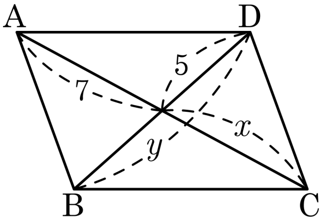
> 대각선 AC 를 그어보면 대각선 AC 는 삼각형 ADC 와 삼각형 CBA 의 공통부분이 된다.
> $\overline{AB} = ($ ① $)$ 이고, $\overline{AD} = ($ ② $)$ 이므로
> $\triangle ADC \equiv \triangle CBA$ (③ 합동)
> $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle DAC = \angle BCA$(④)
> 따라서 두 쌍의 대변이 각각 (⑤)하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{CD}$
② $\overline{CB}$
③ SSS
④ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
⑤ 평행

해설

④ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

7. 다음 그림에서 $\overline{AO} = 7, \overline{DO} = 5$일 때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$x = 7,\ y = 5 \times 2 = 10$이므로

$x + y = 17$

8. 다음 □ABCD 중 평행사변형이 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ $\overline{AB}=10\text{cm},\ \overline{DC}=6\text{cm},\ \overline{BC}=10\text{cm},\ \overline{AD}=6\text{cm}$
㉡ $\overline{AB}\,//\,\overline{DC},\ \overline{AD}=\overline{BC}$
㉢ $\angle A=60°,\ \angle B=120°,\ \overline{AD}=\overline{BC}=12\text{cm}$
㉣ $\angle A=110°,\ \angle B=70°,\ \angle C=70°$

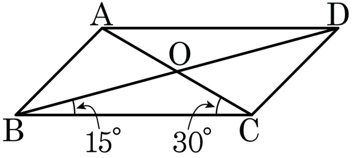
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

㉠, ㉡, ㉣ 3 개는 평행사변형이 아니다.

9. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle ACB = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle AOB$ 의 크기는?



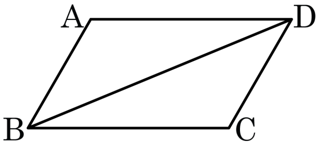
① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ADO = \angle DBC = 15°$, $\angle DAO = \angle OCB = 30°$

$\angle AOB = \angle DAO + \angle ADO = 15° + 30° = 45°$ 이다.

10. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,

$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,

$\overline{BD}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)

$\therefore \ \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$ ② $\overline{AB}$ ③ $\overline{CD}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{BD}$

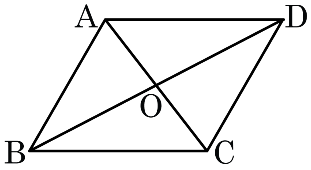
해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)이다.

11. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① $\angle ODA$ ② $\angle OAB$ ③ $\angle CDO$
④ $\angle OBC$ ⑤ $\angle BCO$

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

12. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{\text{ㄱ}}$ 임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

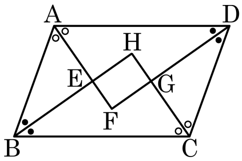
$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ ($\boxed{\text{ㄴ}}$ 합동)
$\therefore\ \overline{EF} = \boxed{\text{ㄷ}}$
$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
$\therefore\ \boxed{\text{ㅁ}} = \overline{EH}$
따라서 □EFGH 는 $\boxed{\text{ㄱ}}$ 이다.

① ㄱ : 평행사변형
② ㄴ : ASA
③ ㄷ : $\overline{GH}$
④ ㄹ : SAS
⑤ ㅁ : $\overline{GF}$

해설

$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{EF} = \overline{GH}$
$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{GF} = \overline{EH}$
평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
따라서 □EFGH 는 평행사변형이다.

13. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 의 이등분선을 그어 그 교점을 각각 E, F, G, H 라 하면 □EFGH 는 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ **답 :**

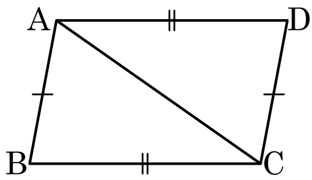
▷ **정답 :** 직사각형

해설

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle HEF = \dfrac{1}{2} \times (\angle A + \angle B) = 90°$ 이므로 □EFGH 는 네 각이 모두 직각인 직사각형이다.

14. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



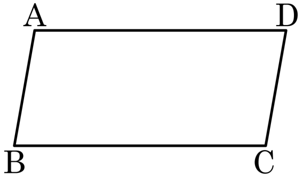
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인 □ABCD 에서
점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (가정) ⋯ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (SSS 합동)
$\angle BAC = \angle DCA$ 이므로
$\overline{AB} // \overline{DC}$ ⋯ ㉣
$\angle ACB = \angle CAD$ 이므로
$\overline{AD} // \overline{BC}$ ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{DA}$ ④ $\overline{AC}$ ⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$ 는 공통

15. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 3x - 2y$, $\overline{CD} = -2x + 7y$, $\overline{DA} = 15$ 일 때, 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 7$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{cases} -2x + 7y = 7 & \cdots ㉠ \\ 3x - 2y = 15 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

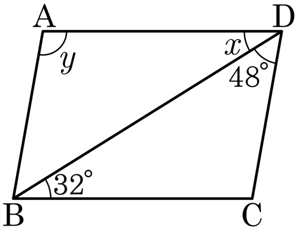
㉠ $\times 3 +$ ㉡ $\times 2$ 를 하면

$17y = 51, y = 3$

$y = 3$ 을 ㉠ 에 대입하면

$-2x + 21 = 7, 2x = 14, x = 7$

16. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 $\angle x, \angle y$ 의 크기를 차례로 구한 것은?



① $32°, 48°$ ② $48°, 100°$ ③ $32°, 100°$

④ $100°, 48°$ ⑤ $100°, 32°$

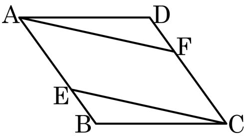
해설

$\angle x = \angle \mathrm{DBC} = 32°$ (엇각)

$\angle \mathrm{D} = 32° + 48° = 80°$

$\angle y = 180° - \angle \mathrm{D} = 180° - 80° = 100°$

17. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



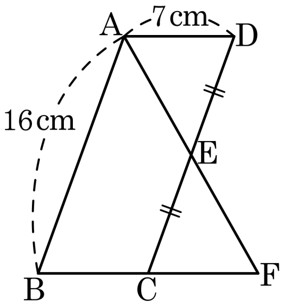
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점 E 를 잡아 $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하자. $\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{AED}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABF}$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① 23 cm　② 28 cm　③ 30 cm　④ 44 cm　⑤ 49 cm

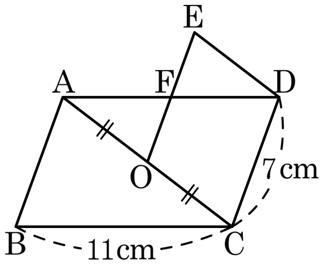
해설

$\triangle\mathrm{EAD} \equiv \triangle\mathrm{EFC}$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CF}} = 7\,\mathrm{cm}$ $\therefore \overline{\mathrm{BF}} = 14\,\mathrm{cm}$

그리고 $\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{D}$, $\angle\mathrm{DEA} = \angle\mathrm{FAB}$ (엇각) 이므로 $\triangle\mathrm{ABF}$ 는 $\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{FAB}$ 인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle\mathrm{ABF}$ 의 둘레의 길이는 $44\,\mathrm{cm}$

19. 다음 그림에서 □ABCD, □EOCD 는 평행사변형이다. $\overline{BC} = 11\text{cm}, \overline{CD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF} + \overline{FD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

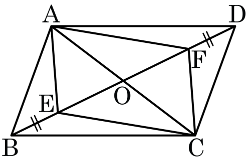
해설

$\triangle AOF \equiv \triangle DEF$(ASA합동) 이므로

$\overline{AF} = \overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC}, \overline{EF} = \overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{DC}$

$\therefore \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{7}{2} + \frac{11}{2} = 9\,(\text{cm})$

20. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

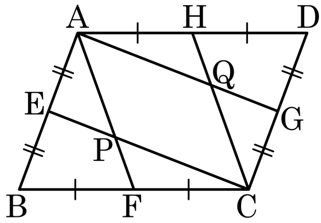
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

21. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} \,/\!/\, \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} \,/\!/\, \overline{AQ}$ 이다. (㉠)