

1. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$

③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$

⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.

$$f(1) = 0,$$

즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

2. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$ ② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$ ④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x^2 \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A + 2)(A - 1) \\ &= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

3. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

4. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$$\therefore \text{상수항은 } -1$$

5. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

6. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

7. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

8. 두 다항식 $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$, $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$ ③ $(x+1)(x-2)$
④ $(x-1)(x-2)$ ⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4 \\ &= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2) \\ & 3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1) \\ & \therefore \text{최대공약수} : (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

9. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= (3x - (y + 3))(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

10. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $b = c$ 인 이등변 삼각형
- ② $a = c$ 인 이등변삼각형
- ③ b 가 빗변의 길이인 직각삼각형
- ④ 정삼각형
- ⑤ c 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \quad (\because a+b \neq 0) \\ \therefore c &\text{가 빗변의 길이인 직각삼각형}\end{aligned}$$

11. 두 다항식의 최대공약수는 $2x-1$ 이고 두 다항식의 곱은 $4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$ 이다. 이 두 다항식의 합을 $g(x)$ 라면 $g(1)$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2 \\ & (x - \frac{1}{2})(4x^2 + 6x - 4) \\ & = (x - \frac{1}{2}) \cdot 2 \cdot (2x^2 + 3x - 2)(2x - 1)(2x - 1)(x + 2) \end{aligned}$$

두 다항식의 곱이 $(2x-1)^2(x+2)$ 이고
최대공약수가 $(2x-1)$ 이므로
두 다항식은 $(2x-1), (2x-1)(x+2)$
 $g(x) = (2x-1) + (2x-1)(x+2)$
 $g(1) = 1 + 3 \cdot 1 = 4$

12. 자연수 a, b 의 최대공약수를 (a, b) 로 나타낼 때, 다음과 같은 성질이 알려져 있다.

a 를 b 로 나누었을 때 몫을 q , 나머지를 r 라고 하면 $a = bq + r$ ($0 \leq r < b$)이고, 이 때, $(a, b) = (b, r)$ 가 성립한다.

다음은 위의 성질을 이용하여 1996과 240의 최대공약수를 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것은?

$$(1996, 240) = (240, (가)) = ((가), 12) = (12, (나)) = (나)$$

- ① (가)=74, (나)=2 ② (가)=72, (나)=6
③ (가)=78, (나)=2 ④ (가)=76, (나)=6
⑤ (가)=76, (나)=4

해설

$$\begin{aligned} 1996 &= 240 \cdot 8 + 76, & 240 &= 76 \cdot 3 + 12 \\ 76 &= 12 \cdot 6 + 4 & \text{이므로} & \\ (1996, 240) &= (240, 76) = (76, 12) = (12, 4) = 4 \end{aligned}$$

13. $a + b + c = 1$ 을 만족하는 세 실수 a, b, c 에 대하여 $x = a - 2b + 3c$, $y = b - 2c + 3a$, $z = c - 2a + 3b$ 라 할 때, $(x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} a + b + c &= 1 \text{ 이므로} \\ x + y + z &= 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c) = 2 \\ \therefore (x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1) \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 3 \\ &= (x + y + z)^2 + 3 \\ &= 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

14. 두 다항식 A, B 에 대하여 $(A, B) = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때, $(x^2 + 1, 2x^2 - 3) - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

- ① $x - \sqrt{2}$ ② $x - 1$ ③ x
④ $x + 1$ ⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + 1, 2x^2 - 3) - 7 \\ &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\ &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\ &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\ &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\ &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

15. x 에 관한 세 개의 다항식 $A(x) = x^4 - 10x^2 + 9$, $B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$, $C(x) = x(x-3)(x^2+a) - (x-3)(x^2+b) + 8$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ 2

해설

$$A(x) = x^4 - 10x^2 + 9 = (x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$$

$$B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$$

$$= (x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$$

\therefore 두 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)(x-3)$

그런데 다항식 $C(x)$ 는 $x-3$ 으로 나누어떨어지지 않으므로

세 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)$ 이다.

\therefore 다항식 $C(\pm 1) = 0$

$\therefore C(1) = -a + b + 4 = 0$, $C(-1) = a + b + 4 = 0$

$\therefore a = 0$, $b = -4$ 에서 $a + b = -4$