

1. 두 다항식 $A = 3x - y + 1$, $B = -x + 2y - 2$ 에 대하여 $A - B$ 의 계산결과로 맞는 식은?

- ① $2x - 3y - 1$ ② $4x + y - 1$ ③ $2x + 3y + 3$
④ $4x - 3y + 3$ ⑤ $2x + y - 1$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= (3x - y + 1) - (-x + 2y - 2) \\ &= 3x - y + 1 + x - 2y + 2 \\ &= 4x - 3y + 3 \end{aligned}$$

2. 다항식 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

- ① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식, $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식
따라서 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 은
 $8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

3. $(a-b-c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a-b-c)^2 &= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

4. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a + b) = ma + mb$

② $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

5. 등식 $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+3)x - c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 를 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$(\text{준식}) = (a - b + 2)x^2 - (2a + c + b + 3)x - 1 + c = 0$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a - b + 2 = 0, \quad 2a + c + b + 3 = 0, \quad c = 1$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 0, \quad c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$$

6. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$$

- ① 8 ② 7 ③ 3 ④ 0 ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

7. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면
 $(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$
 x, y, z 에 대한 항등식이므로
 $a = b, a + b - c = 0, c = 4$
 $\therefore a = b = 2, c = 4$
 $\therefore abc = 16$

8. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식 $x-1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 하면?

① $(x-2)(x-1)(x+1)$

② $(x-1)x(x+2)$

③ $(x+1)(x-1)(x+2)$

④ $(x-2)(x-1)(x+2)$

⑤ $(x-2)(x+1)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2+k=0, \quad \therefore k = -2 \\ \text{즉, } f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x-1)(x+1)(x+2) \end{aligned}$$

9. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다. 이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

- ① -1, 0, 1 ② -1, 1, 2 ③ -2, -1, 1
④ -1, -1, -2 ⑤ -1, 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x+y)(x-y) - 2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2) \\ \therefore a &= -1, b = -1, c = -2\end{aligned}$$

10. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

⑤ $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

11. 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에서 $f(x)$ 를 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지가 2이고 $g(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눈 나머지가 $2x + 1$ 이다. $2f(x) + 3g(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① 13 ② -13 ③ 16 ④ -16 ⑤ 26

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 1)Q_1(x) + 2, \\ \therefore f(1) &= 2 \\ g(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q_2(x) + 2x + 1, \\ \therefore g(1) &= 3 \\ 2f(x) + 3g(x) &\text{를 } x - 1 \text{로 나눈 나머지는} \\ 2f(1) + 3g(1) &= 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13 \end{aligned}$$

12. 다항식 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4) + 21$ 를 인수분해 하면?

- ① $(x^2 - x - 5)(x^2 + x - 9)$ ② $(x^2 - x - 5)(x^2 - x - 9)$
③ $(x^2 + x + 5)(x^2 + x + 9)$ ④ $(x^2 + x - 5)(x^2 + x - 9)$
⑤ $(x^2 - x + 5)(x^2 + x + 9)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + 21 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + 21 \\ x^2 + x &= A \text{로 치환하면,} \\ (A-2)(A-12) + 21 &= A^2 - 14A + 45 \\ &= (A-9)(A-5) \\ \therefore &(x^2 + x - 9)(x^2 + x - 5)\end{aligned}$$

13. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 와 $x^2 + ax + b$ 의 최대공약수는 $x + 1$ 이고, 최소공배수는 $x^4 - 5x^2 + 4$ 이다. 이 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ 1 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}x^3 + 2x^2 - x - 2 &= (x + 1)(x + 2)(x - 1) \\x^2 + ax + b &= (x + 1)(x + k) \\x^4 - 5x^2 + 4 &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2) \\ \therefore (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2) &= (x + 1)(x + 2)(x - 1)(x + k) \\ \therefore k &= -2 \\x^2 + ax + b &= (x + 1)(x - 2) = x^2 - x - 2 \\ \therefore a &= -1, b = -2 \\ \therefore ab &= 2\end{aligned}$$

14. 1999개의 다항식 $x^2 - 2x - 1, x^2 - 2x - 2, \dots, x^2 - 2x - 1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2 - 2x - n = (x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수)라 하면 ($1 \leq n \leq 1999$ 인 자연수)

$$ab = n, a = b - 2$$

$\therefore n = 1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots, 43 \cdot 45 (= 1935)$ 의 43개

15. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① $a = b$ 인 이등변삼각형 ② $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $b = c$ 인 이등변삼각형 ④ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형
⑤ 정삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 &= 0 \\ a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) &= 0 \\ (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) &= 0 \\ a = -b \text{ 또는 } c^2 = a^2 + b^2 & \\ a, b, c \text{ 모두 양수이므로, } c^2 = a^2 + b^2 & \\ \therefore \angle C = 90^\circ \text{인 직각삼각형} & \end{aligned}$$