

1. 다음에서 $B \subset A$ 인 것은?

① $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$

③ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

④ $A = \{1, 3, 9\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $A = \emptyset, B = \{\neg, \perp, \sqsubset\}$

해설

② 포함관계가 없다.

③ $A \subset B$

④ 포함관계가 없다.

⑤ $A \subset B$

2. 세 집합 사이에 $\{1, 2, 3\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 3, 4\}$

해설

① $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 2\}$

③ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 2, 4\}$

④ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 3, 4\}$

3. 두 집합 $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$, $D = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, $D - C$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{6, 12\}$

해설

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, D \cap C = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D - C = D - (D \cap C) = \{6, 12\}$$

4. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{y|y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 다음과 같이 정의한다. 이 때, f 의 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x > 0) \\ -x^2+1 & (x \leq 0) \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(-2) = -(-2)^2 + 1 = -3$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$$

$$f(0) = 1$$

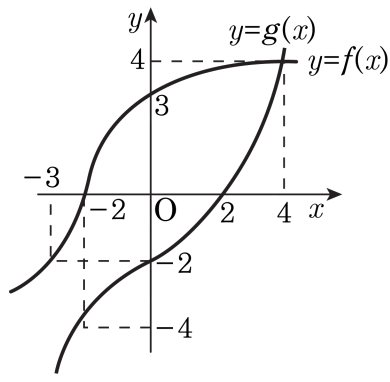
$$f(1) = 1 + 2 = 3$$

$$f(2) = 2 + 2 = 4$$

따라서 치역은 $\{-3, 0, 1, 3, 4\}$ 이므로

모든 원소의 합은 $(-3) + 0 + 1 + 3 + 4 = 5$

5. 일대일대응인 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(g \circ f^{-1})(3)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f^{-1}(b) = a \Leftrightarrow f(a) = b$ 이므로
그래프를 이용하여 $f^{-1}(3)$ 의 값을 찾는다.
 $f^{-1}(3) = a$ 라 하면 $f(a) = 3$
 $\therefore a = 0$
 $\therefore (g \circ f^{-1})(3) = g(f^{-1}(3)) = g(0) = -2$

6. 두 집합 $A = \{x - 2 \mid -4 < x \leq 3\}$, $B = \{x + a \mid -1 \leq x < 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 가 되게 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 \leq a < -3$ ② $-4 < a \leq -3$ ③ $-6 \leq a < -5$
④ $-6 < a \leq -5$ ⑤ $-7 \leq a \leq -5$

해설

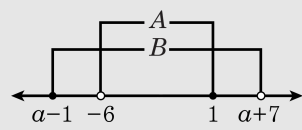
$$-4 < x \leq 3 \text{ 에서 } -6 < x - 2 \leq 1$$

$$\therefore A = \{x \mid -6 < x \leq 1\}$$

$$-1 \leq x < 7 \text{ 에서 } a - 1 \leq x + a \leq 7 + a$$

$$\therefore B = \{x \mid a - 1 \leq x \leq 7 + a\}$$

이때, $A \subset B$ 를 만족하도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$\therefore \text{즉, } a - 1 \leq -6, 7 + a > 1$$

$$\therefore -6 < a \leq -5$$

7. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$, $B = \{5, 6, 7, 9, 11\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(C \cap A) \cup B$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 가 된다.

먼저 C 와 A 의 교집합을 구해보면 $C \cap A = \{1, 2, 4\}$ 이고 B 와 합집합을 구하면

$(C \cap A) \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ 이 된다. 가장 큰 원소는 11이다.

8. 집합 A 에 대하여 안에 공통으로 들어가는 집합을 써넣라.
- (1) $A \cup \emptyset = \square$
- (2) $A \cap A = \square$
- (3) $A \cup A = \square$

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

- (1) $\emptyset$ 은 집합 A 에 포함되므로 $A \cup \emptyset = A$ 이다.
- (2) $A \cap A = A$
- (3) $A \cup A = A$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 16, n(A \cup B) = 30$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 20 + 16 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 20 + 16 - 30 = 6$$

10. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

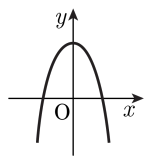
이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

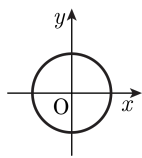
따라서 최댓값은 14이다.

11. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

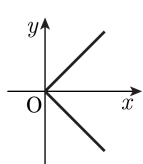
①



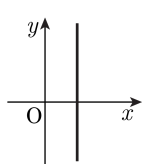
②



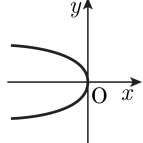
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

12. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?
- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.

X

0

1

2

Y

0

1

2

X

0

1

2

Y

0

1

2

X

0

1

2

Y

0

1

2

그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

13. 두 함수 f, g 가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x - 1) = -6x + 5$ 를 만족할 때, $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

① 18 ② 12 ③ -15 ④ -24 ⑤ -29

해설

$$(f \circ g)(5) = f(g(5))$$

$2x - 1 = 5$ 에서 $x = 3$ 이므로

$$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$$

$$\therefore (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$$

14. $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$ 일 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$ 의 값은 얼마인가?

① -1

② 0

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$ 라 놓으면,

$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$ 이므로 $f(a) = -2$

또, $f(1) = -2 \cdot 1 = -2$

$\therefore a = 1$

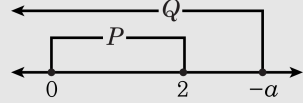
15. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 이라면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

16. 다음 명제 중 그 역이 참인 것은?

- ① 정삼각형은 이등변삼각형이다.
- ② 4의 배수는 2의 배수이다.
- ③ $x = 2$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.
- ④ $ab = 0$ 이면 $a^2 + b^2 = 0$ 이다.(단, a, b 는 실수)
- ⑤ a, b 가 모두 짝수이면 ab 가 짝수이다.(단, a, b 는 정수)

해설

④의 명제의 역을 생각해보면, $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이면 $ab = 0$ 이라는 것과 같으므로 역이 참이 된다.

17. $x \geq a$ 가 $-2 \leq x-1 \leq 2$ 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 최댓값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$-1 \leq x \leq 3$ 이므로 $a \leq -1$ 이어야 한다.

18. 전체집합 U 에 대하여 두 집합이 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid x \leq -1\}$ 일 때, 주어진 조건 또는 명제를 집합으로 바르게 표현한 것은?

- ① 조건: $x < 3$, 집합표현: A^c
- ② 조건: $x \geq -1$, 집합표현: B^c
- ③ 조건: $-1 < x \leq 3$, 집합표현: $(A \cap B)^c$
- ④ 명제: $x > 3 \rightarrow x > -1$, 집합표현: $A \subset B^c$
- ⑤ 조건: $x \leq 3$ 또는 $x > -1$, 집합표현: $(A \cup B)^c$

해설

- ① A^c 은 $x \leq 3$ 이다.
- ② B^c 은 $x > -1$ 이다.
- ③ $(A \cap B)^c$ 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 $(A \cap B)^c$ 은 전체집합 U 이다.
- ⑤ $(A \cup B)^c$ 은 $-1 < x \leq 3$ 이다.

19. m 이 실수 일 때, $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하시오.
(단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

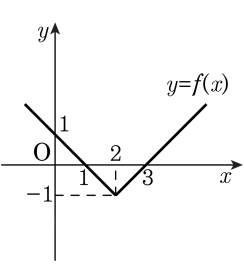
▷ 정답 : 6

해설

m 이 실수이고, $m \neq 0$ 이므로 $m^2 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{따라서, } 2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 &\geq 2\sqrt{2m^2 \cdot \frac{8}{m^2}} - 2 \\ &= 2\sqrt{16} - 2 = 8 - 2 = 6\end{aligned}$$

20. 함수 $f(x) = |x - 2| - 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가?



보기

- ㉠ $f(0) = 0$
- ㉡ $f(x) = 0$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = 3$
- ㉢ $f(x) < 0$ 이면 $1 < x < 3$
- ㉣ $a < b < 2$ 이면 $f(a) > f(b)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $f(0) = 1$
㉡ $f(1) = 0, f(3) = 0$ 이므로
 $f(x) = 0$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = 3$
㉢ $f(x) < 0$ 이면 그래프가
 x 축의 아래에 있는 구간이므로 $1 < x < 3$
㉣ $x < 2$ 는 그래프가 감소하는 구간이므로,
 $a < b < 2$ 이면 $f(a) > f(b)$
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

21. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 적어도 하나의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

- ① 4개 ② 8개 ③ 12개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

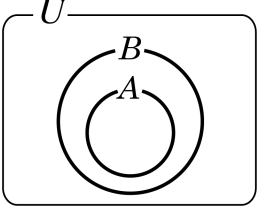
‘적어도~’ 문제는 반대의 경우를 구하여 전체 경우의 수에서 빼준다.

모든 부분집합의 수 : 2^5 개 홀수만 가지고 만들 수 있는 부분집합

수 $\Rightarrow \{1, 3, 5\}$ 의 부분집합 수 : 2^3 개

$\therefore 32 - 8 = 24(\text{개})$

22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ☒ ① $A - B = \emptyset$
- ☐ ② $B \cap A^c = \emptyset$
- ☒ ③ $B^c \subset A^c$
- ☐ ④ $U \subset (A \cup B)$
- ☐ ⑤ $U - A^c = B$

해설

- ② $B \cap A^c \neq \emptyset$
- ④ $(A \cup B) \subset U$
- ⑤ $U - A^c = A$

23. 전체집합 U 의 서로 다른 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $A \cap A^c = U$

② $(B^c)^c = A$
- ③ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

④ $A - B = B^c \cap A$
- ⑤ $A \subset B$ 이면 $B - A = \emptyset$

해설

- ① $A \cap A^c = \emptyset$
- ② $(B^c)^c = B \neq A$
- ⑤ $A \subset B$ 이면 $A - B = \emptyset$

24. 실수 전체의 집합 R 의 한 부분집합 S 에 대하여 $P = \{x \in S \mid -\frac{1}{2} \leq x-1 \leq \frac{1}{2}\}$ 이라고 할 때, 다음 중 참인 명제는?
- ① $S = R$ 이면, P 는 공집합이다.
 - ② $S = R$ 이면, P 는 유한집합이다.
 - ③ S 가 유리수 전체의 집합이면, P 는 유한집합이다.
 - ④ S 가 정수 전체의 집합이면, P 는 유한집합이다.
 - ⑤ S 가 자연수 전체의 집합이면, P 는 무한집합이다.

해설

$-\frac{1}{2} \leq x-1 \leq \frac{1}{2}$ 에서 $1-\frac{1}{2} \leq x \leq 1+\frac{1}{2}$
 $\therefore \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ 여기서 x 가 정수이면 $x=1$
즉, P 는 유한집합이 된다.

25. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 2$ 의 역함수를 각각 f^{-1} , g^{-1} 라고 할 때, $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(5)$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f &= f \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \circ f \\ &= f \circ g^{-1} \circ (f^{-1} \circ f) \\ &= f \circ g^{-1} \circ I \\ &= f \circ g^{-1} \end{aligned}$$

따라서, 구하는 값은 $(f \circ g^{-1})(5) = f(g^{-1}(5))$

$g^{-1}(5) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 5$

$-k + 2 = 5$ 에서 $k = -3$, 즉 $g^{-1}(5) = -3$

$\therefore f(g^{-1}(5)) = f(-3) = 2 \times (-3) - 1 = -7$